第2章
まぐねの国の中心に迫る

「まぐねの国の探索」第2章は，磁性体をどんどん小さくしてミクロの街に入っていきます．マイクロメートル，ナノメートル，…と小さくなっていくと，ついに電子の世界に入り，まぐねの国のミクロの核心であるスピンに到達します．

2.1　磁石を切り刻むとどうなる

磁石は図 2.1 のようにいくら分割しても小さな磁石ができるだけです．両端に現れる磁極の大きさ（磁荷の面密度；単位 $\mathrm{Wb/m^2}$）はいくら小さくしても変わらないのです．N 極のみ，S 極のみの磁荷を単独で取りだすことはできません．

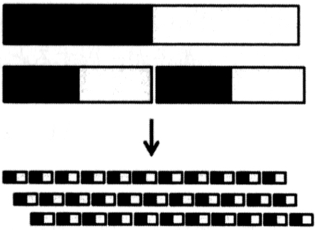

図 2.1　磁石をいくら分割しても磁極の大きさは変わらない

2.2　原子のレベルにまで微細化すると

磁性体を原子のレベルにまで微細化すると，原子があたかも磁石のような働きをもっていることがわかります．まぐねの国の起源は原子磁石だったのです．しかし，原子磁石に N，S という磁極はありません．原子のイメージは，現在の量子力学では，電子が原子核のまわりに雲のように分布しているという描像

で表されます．原子の磁気的な性質は電子雲が本来もつ磁性から生じているのです．

この節では，原子核のまわりに電子が回って環状電流をつくり磁気をもたらすというボーア模型から出発し，必要に応じて量子論の言葉に置き換えることとします．

2.2.1 電子軌道がつくる磁気モーメント

(a) 電子軌道の古典論

ここでは，電子の軌道運動が作りだす磁気モーメントと磁荷の対がもたらす磁気モーメントが等価であることを古典力学の考え方で説明します．

原子の中では，電子が原子核のまわりをくるくる回っています．電荷 $-e$ [C] をもつ電子が動くと電流が生じますが，この環状電流が磁気モーメントをつくります．この磁気モーメントが，磁荷の対がもつ磁気モーメントと等価であることを証明するには，両者を静磁界中に置いたときに同じ形のトルクを受けるかどうかを見ればよいのです．

● 環状電流による磁気モーメントを磁界中に置いたときのトルク $\boldsymbol{T}_{\mathrm{curr}}$

$-e$ [C] の電荷が半径 r [m] の円周上を線速度 v [m/s] で周回すると，1周の時間は $t = 2\pi r/v$ [s] となるので，電子が一周するときに流れる電流 I は

$$I = -\frac{e}{t} = -\frac{ev}{2\pi r}\ [\mathrm{A}] \tag{2.1}$$

となります．

図 2.2 に示すように，この環状電流を一様な静磁界 $\boldsymbol{H}$ [A/m] の中に置いてみると，円周上の微小な円弧 ds [m] に働く力のベクトル $\boldsymbol{dF}$ [N] = [mkg/s^2] は，フレミングの左手の法則から

$$\boldsymbol{dF} = I\,\boldsymbol{ds} \times \mu_0 \boldsymbol{H} \quad (E\text{-}H \text{ 対応の SI 系}) \tag{2.2}$$

となり，$\boldsymbol{r}$ の位置に働くトルクは

$$\boldsymbol{dT} = \boldsymbol{r} \times \boldsymbol{dF} = I(\boldsymbol{r} \times \boldsymbol{ds}) \times \mu_0 \boldsymbol{H}$$

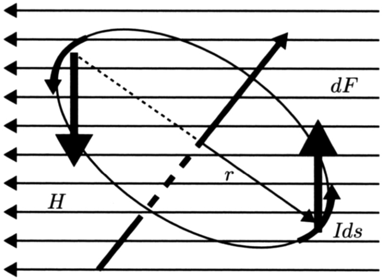

図 2.2 磁界中に置かれた円電流に働く力

で表されます．トルク $\boldsymbol{T}$ [Nm] は，この微小トルクを円周にわたって積分すると求めることができ，S を環状電流の囲む面積 $S = \pi r^2$，$\boldsymbol{n}$ を環状電流の法線の方向を向く単位ベクトルとすると，

$$\boldsymbol{T} = \oint \boldsymbol{dT} = \frac{I}{2}\left(\oint \boldsymbol{r} \times \boldsymbol{ds}\right) \times \mu_0 \boldsymbol{H} = \mu_0 I S \boldsymbol{n} \times \boldsymbol{H} \tag{2.3}$$

となります．

● 磁荷対の作る磁気モーメントを磁界中に置いたときのトルク $\boldsymbol{T}_{\mathrm{m}}$

一方，磁荷の対 $+q$ [Wb]，$-q$ [Wb] のつくる磁気モーメント $\boldsymbol{\mu} = Q\boldsymbol{r}$ [Wbm] を磁界 $\boldsymbol{H}$ の中に置いたときに働くトルク $\boldsymbol{T}$ [Nm] は

$$\boldsymbol{T} = q\boldsymbol{r} \times \boldsymbol{H} = \boldsymbol{\mu} \times \boldsymbol{H} \tag{2.4}$$

と表されます．

● $\boldsymbol{T}_{\mathrm{curr}}$ と $\boldsymbol{T}_{\mathrm{m}}$ の式の形は等価

式 (2.3) と式 (2.4) はどちらも磁界 $\boldsymbol{H}$ とのベクトル積ですから，電流が作る磁界と磁荷の対が作る磁界は等価であることが証明されました．

電流がつくる磁気モーメント $\boldsymbol{\mu}$ [Wbm] は，式 (2.3) と式 (2.4) を比較することによって求めることができ，電流値 I [A] に円の面積 $S = \pi r^2$ [m^2] と μ_0 をかけることにより

$$\boldsymbol{\mu} = \mu_0 I S \boldsymbol{n} \tag{2.5}$$

となります．この式から，環状電流 I および電流が囲む面積 S に比例する磁気モーメントが生じること，その向きは電流が囲む面の法線方向 $\boldsymbol{n}$ であることがわかります．

● 電子の周回運動が作る磁気モーメントは電子の角運動量に比例

電流 I に式 (2.1) を，面積に $S=\pi r^2$ を代入して，電子の軌道運動による磁気モーメントを求めると，

$$\boldsymbol{\mu} = -\frac{\mu_0 evr\boldsymbol{n}}{2} = -\frac{\mu_0 e\boldsymbol{r}\times\boldsymbol{v}}{2} \tag{2.6}$$

であることが導かれました．上式においてベクトル積 $\boldsymbol{r}\times\boldsymbol{v}$ は，角運動量 $\boldsymbol{\Gamma} = \boldsymbol{r}\times\boldsymbol{p} = \boldsymbol{r}\times m\boldsymbol{v}$ の質量分の 1 なので，これを使って式 (2.5) を表すと

$$\boldsymbol{\mu} = -\frac{\mu_0 e\boldsymbol{\Gamma}}{2m} \tag{2.7}$$

となります．つまり原子磁石の磁気モーメントは電子のもつ角運動量 $\boldsymbol{\Gamma}$ に比例することがわかりました．

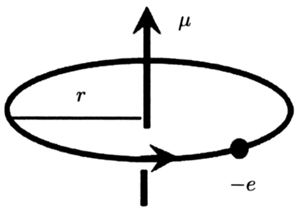

図 2.3 原子内の電子の周回運動は磁気モーメントを生じる

(b) 量子論のことばで表す

ここまでは，古典力学のことばを使いましたが，原子中の電子を表すには量子力学のことばを使わなければなりません．量子力学によれば，電子は古典的な周回運動をしているのではなく，原子核のまわりに雲のように分布して運動していると考えられています．

このような描像では，電子軌道の角運動量は $\hbar$ を単位とする飛び飛びの（離散）値をとり，軌道角運動量を表す量子数を $\boldsymbol{l}$ とすると，$\boldsymbol{\Gamma}_l = \hbar\boldsymbol{l}$ と表すことができます．これを式 (2.7) に代入すると軌道磁気モーメント $\boldsymbol{\mu_l}$ は，