



早稲田大学 先端生命医科学センター
Center for Advanced Biomedical Sciences, Waseda University

磁気物性・磁気光学の基礎と応用 (4)

佐藤勝昭

(独)科学技術振興機構

特別講義・スケジュール

- 第1回(12/18)
 - 1.磁性の基礎
 - 2.磁気光学概説
- 第2回(12/25)
 - 第1回の復習
 - 3.磁気ヒステリシスの謎
- 第3回(1/29)
 - 第2回の復習
 - 4.磁気光学の基礎
- 第4回(2/19)
 - 第3回の復習
 - 5.磁気光学の応用
 - 6.磁気共鳴の基礎と応用

第3回の復習

「磁気光学の基礎」復習

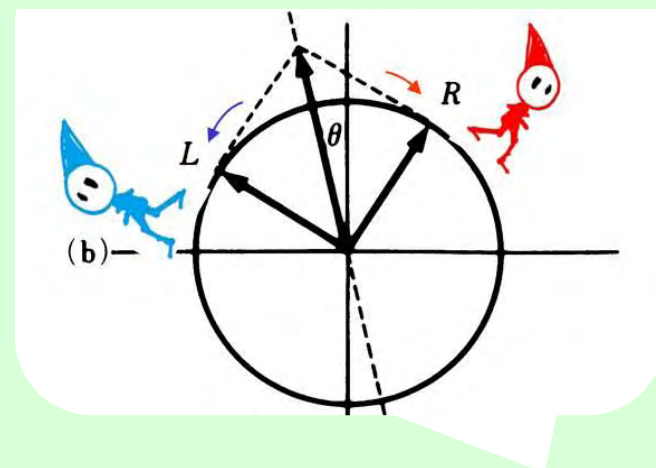


磁気光学効果の基礎

電磁気学と磁気光学

4.1 円偏光と旋光性・円二色性

4.2 電磁気学に基づく磁気光学の理論

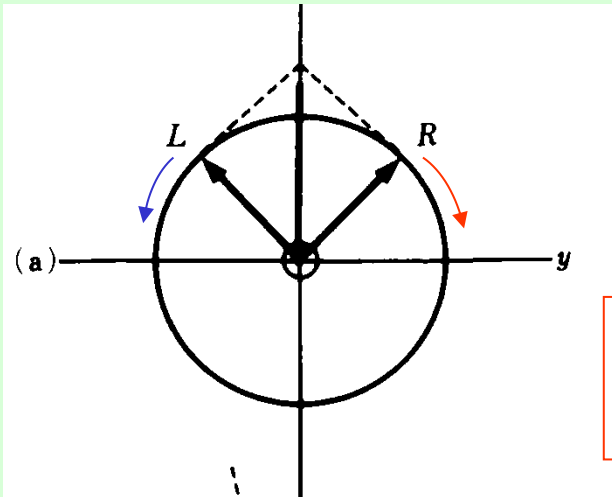


4.1 円偏光と旋光性・円二色性

- 旋光性や円二色性は、左回りと右回りの円偏光に対する媒体の応答の差に基づいて生じます。

直線偏光は左右円偏光の合成

- 直線偏光の電界ベクトルの軌跡は図(a)のように、振幅と回転速度が等しい**右円偏光R**と**左円偏光L**との合成で表されます。

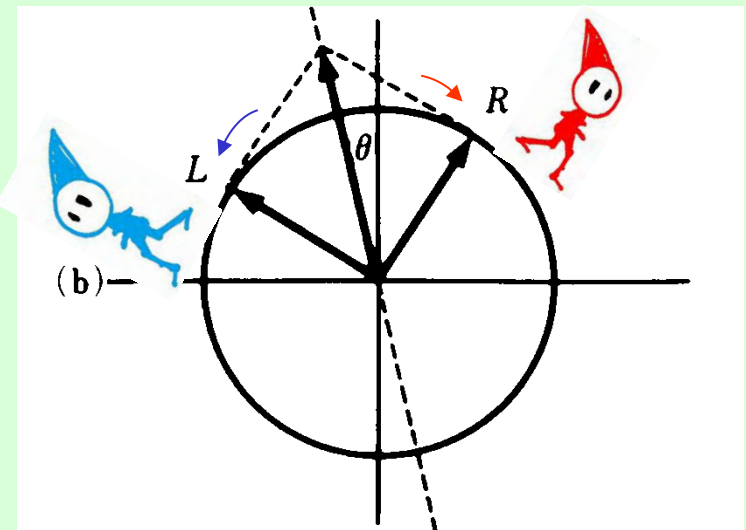


図(a)直線偏光は等振幅等速度の左右円偏光に分解できる

左右円偏光の位相が異なる場合

- 媒体を透過した後、図(b)のように左円偏光と右円偏光とに位相の差があると、合成した電界ベクトルの軌跡は直線で、その向きはもとの偏光の向きから傾いています。
- これが旋光性です。
回転角は左右円偏光の位相差の1/2です。

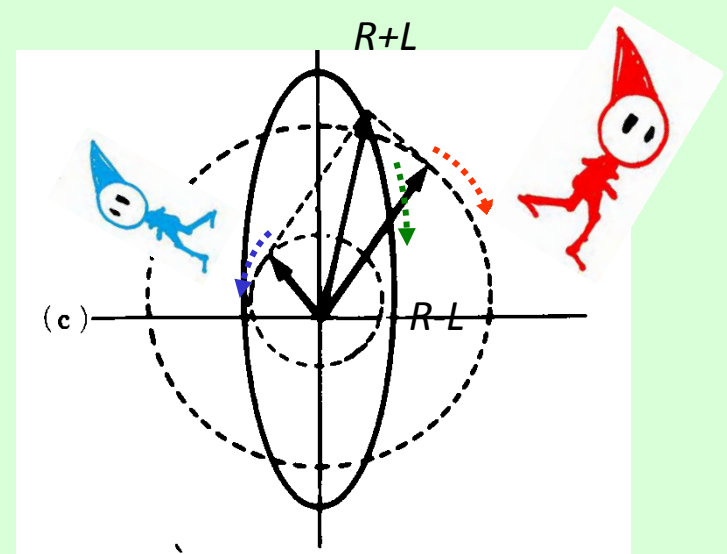
図 (b) 媒体を通ることにより左円偏光の位相と右円偏光の位相が異なると偏光が回転します



左右円偏光の振幅が異なると

- 媒体を透過した後、(c)のように右円偏光と左円偏光のベクトルの**振幅に差**が生じると、合成ベクトルの軌跡は楕円になります。
- 楕円の短軸と長軸の比の \tan^{-1} が楕円率角です。

図(c)媒体を通ることにより左円偏光の振幅と右円偏光の振幅が異なると合成した軌跡は**楕円**になります



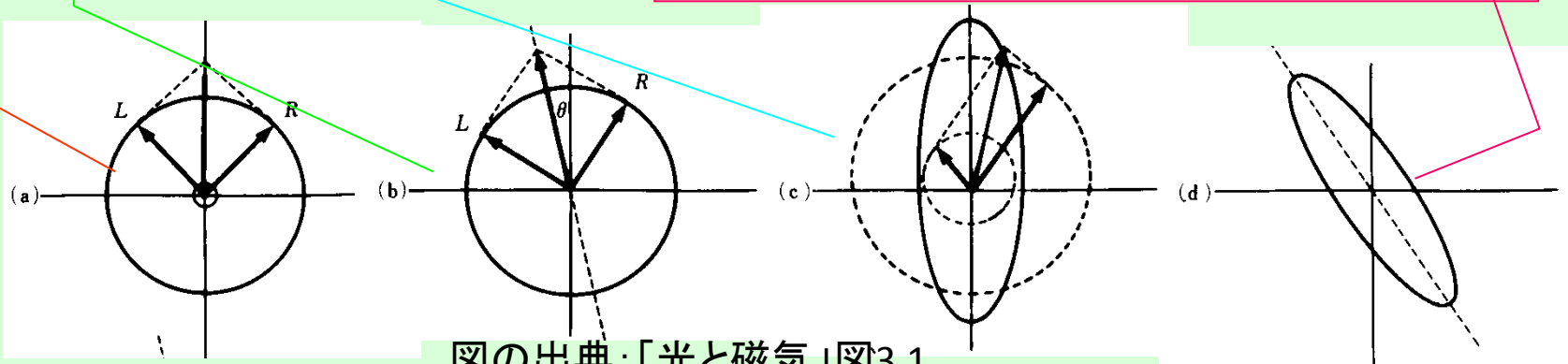
円偏光と磁気光学効果：まとめ

直線偏光は等振幅等速度の左右円偏光に分解できる

媒体を通ることにより左円偏光の位相と右円偏光の位相が異なると**旋光**する

媒体を通ることにより左円偏光の振幅と右円偏光の振幅が異なると**楕円**になる

一般には、主軸の傾いた楕円になる



図の出典：「光と磁気」図3.1

4.2 電磁気学に基づく磁気光学の理論

4.2.0 イン트로

4.2.1 誘電率テンソル

4.2.2 マクスウェル方程式を解く

4.2.3 固有方程式を解いてファラデー効果を誘電率テンソルで表す

マクスウェル方程式

電界の渦

磁界の時間変化

$$\text{rot } \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} = -\mu_0 \tilde{\mu} \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t}$$

電磁誘導の法則

$$\text{rot } \mathbf{H} = \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} = \epsilon_0 \tilde{\epsilon} \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t}$$

アンペールの法則

電束の時間変化: 電流

変位電流

磁界の渦

4.2.1 誘電率テンソル



誘電率

- マクスウェルの方程式で表される電磁波の伝搬において、媒体の応答を与えるのが、比誘電率 ϵ です。

- 電束密度 D と電界 E の関係は

$$D = \epsilon \epsilon_0 E \quad (4.1)$$

と表すことができます。ここに ϵ_0 は真空の誘電率で、 $\epsilon_0 = 8.854 \times 10^{-12}$ F/m です。

比透磁率は1として扱う。

- 光の伝搬を考える場合 $B=\mu_0 H$ と扱います。
すなわち、比透磁率 μ は1とします。
- 磁性体中の伝搬であるから比透磁率 μ は1ではないと考える人があるかも知れませんね。
- 光の振動数 (10^{14} - 10^{15} Hz) くらいの高い周波数になると巨視的な磁気モーメントは、磁界に追従できなくなるため、透磁率を $\mu \cdot \mu_0$ としたときの比透磁率 μ は1として扱ってよいのです。 μ_0 は真空の透磁率で、 $\mu_0 = 1.257 \times 10^{-6}$ H/mと与えられます。

誘電率テンソル

D も E もベクトルなのでベクトルとベクトルの関係を与える量である ε は2階のテンソル量です。

2階のテンソルというのは、2つの添字をつかって表される量で、 3×3 の行列と考えてさしつかえありません。

(ここではテンソルを表すため記号 \sim (チルダ)をつけます)

$$\mathbf{D} = \tilde{\varepsilon} \varepsilon_0 \mathbf{E} \quad (4.2)$$

$$D_i = \varepsilon_{ij} \varepsilon_0 E_j$$

テンソル要素を使って表現すると下の式ようになります。
繰り返す添え字について総和をとるというテンソル演算の約束に従っています。

誘電率テンソルの一般的表示

- 一般的な場合、誘電率テンソルは、下記のような9個のテンソル要素で表すことができます。各要素は複素数です。
$$\epsilon_{ij} = \epsilon'_{ij} + i\epsilon''_{ij}$$

$$\tilde{\epsilon} = \begin{pmatrix} \epsilon_{xx} & \epsilon_{xy} & \epsilon_{xz} \\ \epsilon_{yx} & \epsilon_{yy} & \epsilon_{yz} \\ \epsilon_{zx} & \epsilon_{zy} & \epsilon_{zz} \end{pmatrix} \quad (4.3)$$

なぜ誘電率テンソルを用いるの？

- 屈折率、反射率やカー回転角などは、入射角や磁化の向きに依存する量で、媒体固有の応答を表す量ではありません。これに対し、誘電率テンソルは媒体に固有の物理量です。
- また、誘電率テンソルは、物質中の電子構造や光学遷移の遷移行列に直接結びつけることができ、理論計算の結果とすぐに対応できる物理量です。

等方性の媒体の誘電率テンソル

- 媒体中の光の伝搬のしかたが光の進行方向によらないとき、その媒体は光学的に等方であるといいます。
- そのときの誘電率テンソルは、スカラーと同じなので、等しい3つの対角成分 ϵ_{xx} のみで表せます。

$$\tilde{\epsilon} = \begin{pmatrix} \epsilon_{xx} & 0 & 0 \\ 0 & \epsilon_{xx} & 0 \\ 0 & 0 & \epsilon_{xx} \end{pmatrix} = \epsilon_{xx} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (4.4)$$

異方性のある媒体の誘電率テンソル

- 磁化がないとき等方性であった媒体にz軸方向に磁化を持たせたとしますと、z軸を異方軸とする一軸異方性を持ちます。(z軸に垂直な向きに関しては等方的)
- この場合、比誘電率のテンソルは、z軸のまわりの任意の角度の回転に対して不変となります。
- たとえば90° の回転 C_4 を施し次式となります。

$$C_4^{-1} \tilde{\epsilon} C_4 = \tilde{\epsilon} \quad (4.5)$$

座標系の回転操作 C_4 に対して、なぜ誘電率テンソルの回転が左辺のように表せるのかは、課題(1)としますので自分でやってみてください。

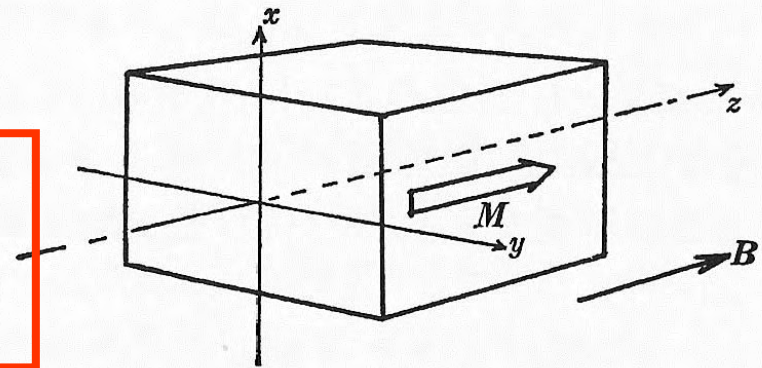


図 3.2 座標軸と磁化の向き

図の出典:「光と磁気」図3.2

誘電率テンソルに回転C4を施す

- (a)に実際にC₄の演算を施すと (b)となります。
- (a)=(b)として要素を比較すると式(3.11)が得られます。

$$\tilde{\epsilon} = \begin{pmatrix} \epsilon_{xx} & \epsilon_{xy} & \epsilon_{xz} \\ \epsilon_{yx} & \epsilon_{yy} & \epsilon_{yz} \\ \epsilon_{zx} & \epsilon_{zy} & \epsilon_{zz} \end{pmatrix} \quad (a)$$

$$\tilde{\epsilon}' = C_4^{-1} \tilde{\epsilon} C_4 = \begin{pmatrix} \epsilon_{yy} & -\epsilon_{yx} & -\epsilon_{yz} \\ -\epsilon_{xy} & \epsilon_{xx} & \epsilon_{xz} \\ -\epsilon_{zy} & \epsilon_{zx} & \epsilon_{zz} \end{pmatrix} \quad (b)$$

$$\begin{aligned} \epsilon_{xx} &= \epsilon_{yy} \\ \epsilon_{yx} &= -\epsilon_{xy} \\ \epsilon_{xz} &= \epsilon_{yz} = \epsilon_{zx} = \epsilon_{zy} = 0 \end{aligned} \quad (4.6)$$

テンソル(a)にC₄を操作して(b)になることを確かめて下さい。次にそれにもとづき(3.11)を証明して下さい。これを課題(2)とします。

ϵ_{zz} については何ら制約がありません。 $\epsilon_{xx} = \epsilon_{zz}$ である必要はありません。

磁化のある媒質の誘電率テンソル

- 従って、等方性媒質に磁化を付与したときの非誘電率 ϵ テンソルは ϵ_{xx} , ϵ_{xy} , ϵ_{zz} の3つの要素だけを使って、次のように簡単に書けます。

$$\tilde{\epsilon} = \begin{pmatrix} \epsilon_{xx} & \epsilon_{xy} & 0 \\ -\epsilon_{xy} & \epsilon_{xx} & 0 \\ 0 & 0 & \epsilon_{zz} \end{pmatrix} \quad (4.7)$$

磁化 M の関数としての誘電率

- さて、磁気光学効果においての各成分は M の関数であるから、は次式のように表せるはずでず。

$$\tilde{\varepsilon} = \begin{pmatrix} \varepsilon_{xx}(M) & \varepsilon_{xy}(M) & 0 \\ -\varepsilon_{xy}(M) & \varepsilon_{xx}(M) & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon_{zz}(M) \end{pmatrix} \quad (4.9)$$

- $\varepsilon_{ij}(M)$ を次式のように M でべき級数展開します。
$$\varepsilon_{ij}(M) = \varepsilon_{ij}^{(0)} + \sum_n \frac{1}{n!} \varepsilon_{ij}^{(n)} M^n \quad (4.10)$$

誘電率の成分と磁化依存性

- Onsagerの式 $\varepsilon_{ij}(-M) = \varepsilon_{ji}(M)$ (4.12)
を適用すると、対角成分は

$$\varepsilon_{xx}(M) = \varepsilon_{xx}(-M)$$

となり、 M についての偶関数であることが分かる。

- 一方、非対角成分については

$$\varepsilon_{xy}(M) = -\varepsilon_{xy}(-M)$$

が成り立つので、 M について奇関数であることが
わかる

誘電率テンソルの磁気応答

- 対角成分は M の偶数次のみ、非対角成分は M の奇数次のみで展開できます。

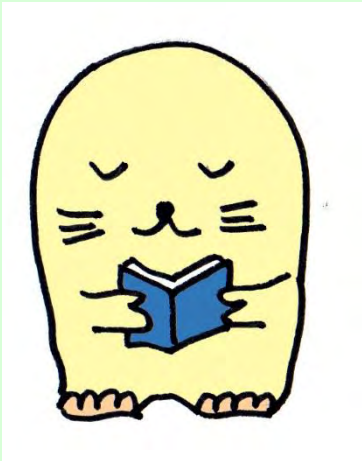
$$\begin{aligned}\varepsilon_{xx}(M) &= \varepsilon_{xx}^{(0)} + \sum_n \varepsilon_{xx}^{(2n)} M^{2n} / (2n)! \\ \varepsilon_{xy}(M) &= \sum_n \varepsilon_{xy}^{(2n+1)} M^{2n+1} / (2n+1)! \quad (4.13) \\ \varepsilon_{zz}(M) &= \varepsilon_{zz}^{(0)} + \sum_n \varepsilon_{zz}^{(2n)} M^{2n} / (2n)!\end{aligned}$$

- $\varepsilon_{xy}(M)$ がファラデー効果やカー効果をもたらし、 $\varepsilon_{xx}(M)$ と $\varepsilon_{zz}(M)$ の差が磁気複屈折(コットン・ムートン効果)の原因となります。

4.2.1 まとめ

- 等方性の媒質が z 軸方向の磁化をもったとき、その比誘電率テンソルは、3つの成分で表すことができることを学びました。
- 誘電率テンソルの対角成分は磁化の偶関数で表されるのに対し、非対角成分は磁化の奇関数で表されることを学びました。

4.2.2 マクスウェル方程式を解く



マクスウェル方程式をEとHで表す

- 簡単のため、 $J=0$ と置きます。

[つまり、伝導電流を分極電流(変位電流)の中に繰り込みます]

- B と H 、 D と E の関係式が得られます。
 $B = \mu_0 H$

$$D = \tilde{\epsilon} \epsilon_0 E$$

誘電率テンソル

- (3.17)に代入すると次の関係式が得られます。

$$\begin{aligned} \text{rot } \mathbf{E} &= -\mu_0 \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t} \\ \text{rot } \mathbf{H} &= \tilde{\epsilon} \epsilon_0 \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} \end{aligned} \quad (4.18)$$

式(3.18)においては、微分方程式が2個、変数もEとHの2個ですから、解を求めることができます。

マクスウェル方程式を解く

- (4.18)の第2式の両辺を t で偏微分します。

$$\frac{\partial}{\partial t} \text{rot } \mathbf{H} = \tilde{\epsilon} \epsilon_0 \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2}$$

- $\partial/\partial t$ とrotの順番を入れ替えます。

$$\text{rot} \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t} = \tilde{\epsilon} \epsilon_0 \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2}$$

- ここに(4.18)の第1式

$$\frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t} = -\frac{1}{\mu_0} \text{rot } \mathbf{E} \quad \text{を代入します。}$$

マクスウェル方程式を解く

- ここで、rot、grad、divの間に成り立つ次の公式を用います。

$$\text{rot rot } \mathbf{E} = \text{grad div } \mathbf{E} - \nabla^2 \mathbf{E}$$

- この結果Eについての2階の微分方程式が得られます。

$$\text{grad div } \mathbf{E} - \nabla^2 \mathbf{E} = -\tilde{\epsilon} \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2}$$

- この式に次の波動の式 $\mathbf{E} = \mathbf{E}_0 \exp(-i\omega t) \cdot \exp(i\mathbf{K} \cdot \mathbf{r})$

を代入するとEについての方程式(4.20)が得られます。

$$(\mathbf{E} \cdot \mathbf{K})\mathbf{K} - |\mathbf{K}|^2 \mathbf{E} + (\omega/c)^2 \tilde{\epsilon} \mathbf{E} = 0 \quad (4.20)$$

固有方程式を解く [1]

- 式(4.20)が導かれました。

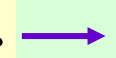
$$(E \cdot K)K - |K|^2 E + (\omega/c)^2 \tilde{\epsilon} E = 0 \quad (4.20)$$

それでは(4.20)を解いて K の固有値と対応する電界ベクトル E の固有関数を求めましょう。

- ここで複素屈折率、すなわち、 $\hat{N} = n + i\kappa$

を導入します。ここに n は屈折率、 κ は消光係数です。

- 媒質中において波数 K は  実数部は空間的な波の波長を与えます

[注] $K = \omega \hat{N} / c = \omega n / c + i \omega \kappa / c$  虚数部は波の減衰を与えます。

[注] 波数 K は $2\pi/\lambda'$ となる。ここに λ' は媒質中での波長で、媒質中での光速を c' とすると ω/c' と表される。媒質中での光速 c' は屈折率を n とすると c/n で与えられるから、 $K = \omega n / c$ である。ここで屈折率を拡張して複素屈折率 N 、すなわち $n + i\kappa$ を導入すると、上の式となる。

複素屈折率 $n+ik$

- 電磁波の空間変化を $\exp(iKz)$ で表します。
- $K = \omega N/c = \omega (n+ik)/c$ とします。
- $\exp(iKz) = \exp(i\omega n z/c) \exp(-\omega \kappa z/c)$ と書けます。
- この波動は、振幅が距離 z とともに振動しながら減衰する波を表します。
- 光の強度の減衰を表すときには $|\exp(iKz)|^2$ を考えます。
 $|\exp(iKz)|^2 = \exp(-2\omega \kappa z/c)$
- これを吸収係数 α を用いて $\exp(-\alpha z)$ に等しいと置くと、
 $\alpha = 2\omega \kappa/c = 4\pi \kappa/\lambda$ と表すことができます。

4.2.3 固有方程式を解いて ファラデー効果を ϵ テンソルで表す

- 波数ベクトルの向きに平行で長さが \hat{N} であるような屈折率ベクトル \hat{N} を用いると、(3.19)の第1式は

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}_0 \exp \{-i\omega(t - \hat{N} \cdot \mathbf{r} / c)\} \quad (4.21)$$

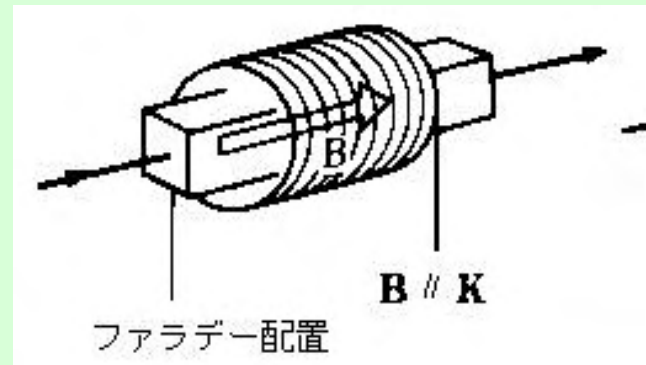
となり、固有方程式(3.20)は

$$\hat{N}^2 \mathbf{E} - (\mathbf{E} \cdot \hat{N}) \hat{N} - \tilde{\epsilon} \mathbf{E} = 0 \quad (4.22)$$

によって記述できます。

- 以下では、ファラデー配置について固有値を求めます。

ファラデー配置の場合



- 磁化がz軸方向にあるとして、z軸に平行に進む波($N \parallel z$)に対して式(4.21)は

$$E = E_0 \exp \{ -i\omega(t - \hat{N}z / c) \} \quad (4.23)$$

- と表されます。固有方程式(3.22)は

$$\begin{pmatrix} \hat{N}^2 - \varepsilon_{xx} & -\varepsilon_{xy} & 0 \\ \varepsilon_{xy} & \hat{N}^2 - \varepsilon_{xx} & 0 \\ 0 & 0 & -\varepsilon_{zz} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E_x \\ E_y \\ E_z \end{pmatrix} = 0 \quad (4.24)$$

と書けます。この式は下に2式に分けられます。

$$\begin{pmatrix} \hat{N}^2 - \varepsilon_{xx} & -\varepsilon_{xy} \\ \varepsilon_{xy} & \hat{N}^2 - \varepsilon_{xx} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E_x \\ E_y \end{pmatrix} = 0, \quad (4.24') \quad -\varepsilon_{zz} E_z = 0 \quad (4.24'')$$

プラズモン解

永年方程式

- 式(3.24')がEの如何によらず成立するには、

$$\begin{vmatrix} \hat{N}^2 - \varepsilon_{xx} & -\varepsilon_{xy} \\ \varepsilon_{xy} & \hat{N}^2 - \varepsilon_{xx} \end{vmatrix} = 0 \quad (4.25)$$

$$\implies (\hat{N}^2 - \varepsilon_{xx})^2 + \varepsilon_{xy}^2 = 0$$

- これより、 N^2 の固有値として2個の値

$$\hat{N}_{\pm}^2 = \varepsilon_{xx} \pm i\varepsilon_{xy} \quad (4.26)$$

$$\leftarrow (\hat{N}^2 - \varepsilon_{xx})^2 = -\varepsilon_{xy}^2 = (i\varepsilon_{xy})^2$$

- を得られます。これらの固有値に対応する固有関数は、

$$E_{\pm} = \frac{E_0}{2} (i \pm ij) \exp \left\{ -i\omega \left(t - \frac{\hat{N}_{\pm}}{c} z \right) \right\} \quad (4.27)$$

- E_+ 、 E_- は、それぞれ、右円偏光、左円偏光に対応します。

E^+ 、 E^- は、それぞれ、右円偏光、左円偏光に対応

$$E_+ = \frac{E_0}{2} (i + i j) \exp(-i\omega t)$$

実数部のみを考えると

$$\text{Re}(E_+) = \frac{E_0}{2} \{ \cos \omega t i + \sin \omega t j \}$$

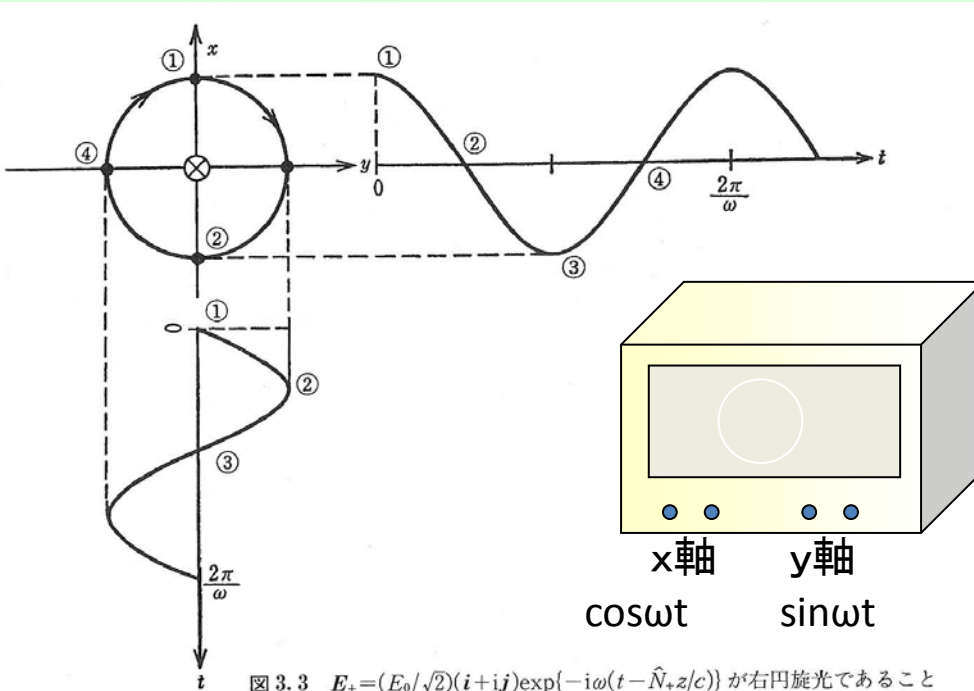


図 3.3 $E_+ = (E_0/\sqrt{2})(i + i j) \exp\{-i\omega(t - \hat{N}_+ z/c)\}$ が右円偏光であること

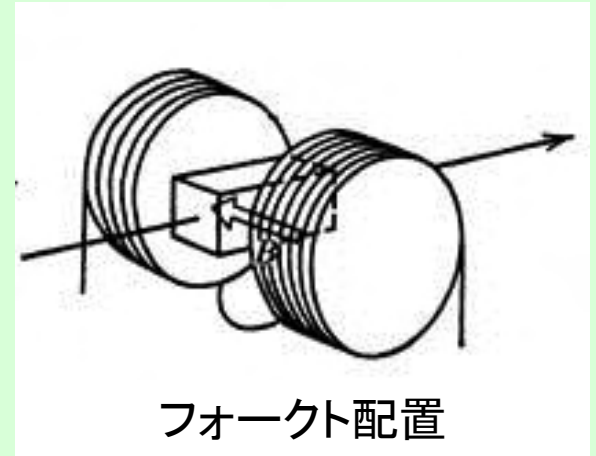
- 直交する2つの直線偏光の位相が90度異なっているときに合成したベクトルの軌跡は円になります。
- x軸に $\cos \omega t$ 、y軸に $\sin \omega t$ を入力したときのオシロスコープのリサージュ波形を思い出してください。

図の出典: 佐藤勝昭「光と磁気」

フォークト配置の場合

- N^2 の固有値として

- $$N_1^2 = \varepsilon_{xx} + \frac{\varepsilon_{xy}^2}{\varepsilon_{xx}}$$
 および
$$N_2^2 = \varepsilon_{zz}$$



という2つの解を得る。 N_1 および N_2 に対応する固有関数は

$$E_1 = A \exp\left\{-i\omega\left(t - \frac{N_1}{c}x\right)\right\}(\varepsilon_{xy}\mathbf{i} - \varepsilon_{xx}\mathbf{j})$$
$$E_2 = B \exp\left\{-i\omega\left(t - \frac{N_2}{c}x\right)\right\}\mathbf{k}$$

となり、複屈折を生じる。(コットンムートン効果)

4.2.2のまとめ

- 光の伝搬をマクスウェルの方程式で記述すると、磁化された等方性物質の複素屈折率は

$$\hat{N}_{\pm}^2 = \varepsilon_{xx} \pm i\varepsilon_{xy}$$

で与えられる2つの固有値をとり、それぞれが右円偏光および左円偏光に対応します。

(ここに、 ε_{xx} は誘電テンソルの対角成分、 ε_{xy} は非対角成分です。)

- もし ε_{xy} が0であれば、円偏光は固有関数ではなく、磁気光学効果は生じません。

4. 磁気光学の基礎

磁気光学の電子論



4.3 磁気光学の電子論

4.3.1 磁気光学効果の古典電子論

4.3.2 磁気光学効果の量子論

4.3.1 磁気光学効果の古典電子論

- 4.3.1では、ローレンツの電子論に従って、電子を古典的な粒子として扱い、磁場中の古典的運動方程式を解いて電子の変位を求め、分極や誘電率を計算します。



Hendrik Antoon Lorentz
オランダLeiden大学教授



1853年7月18日 - 1928年2月4日

誘電率と電気分極

- 物質中の電束密度は D は、真空中での電束密度 $\varepsilon_0 E$ に物質の電気分極 P がもたらす電束密度を付け加えたものとなっています。

$$D \equiv \tilde{\varepsilon} \varepsilon_0 E = \varepsilon_0 E + P \quad (4.3.1)$$

- 一般に、電気分極 P は印加電圧に依存し、電気感受率テンソルを用いて、次式のように表せます。

$$P = \varepsilon_0 \tilde{\chi} E \quad (4.3.2)$$

$$\text{比誘電率テンソルは } \tilde{\varepsilon} = 1 + \tilde{\chi} \quad (4.3.3)$$

$$\text{成分で書くと } \varepsilon_{ij} = \delta_{ij} + \chi_{ij} \quad (4.3.4)$$

電気分極は、電気双極子の総和

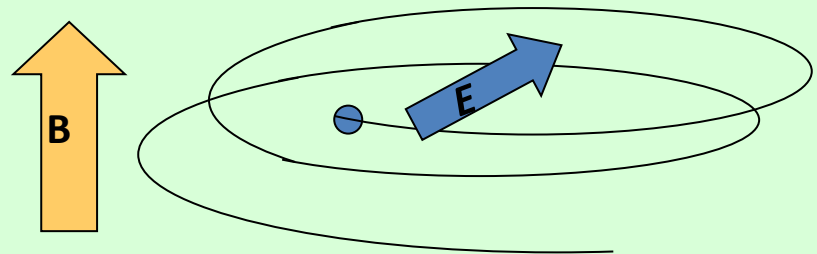
- 電気分極 P は単位体積あたりの電気双極子の総和を表しているので、電気双極子(電荷 $\pm q$ 、距離 u)密度を N とすると、 P は次式であらわされます。

$$P = Nqu \quad (4.3.5)$$

- したがって、電界 E を加えたときの電荷対の相対変位 u を見積もることができれば、電気感受率、ひいては、比誘電率を求めることができます。

電界・磁界のもとにおける 荷電粒子の運動

- 古典力学の運動方程式を考えます。
 - 荷電粒子の電荷 q [C], 質量 m [kg]
 - 荷電粒子の変位 $\mathbf{u}=(x, y, z)$ [m]
 - 慣性力 $m d^2\mathbf{u}/dt^2$
 - 摩擦力 $m\gamma d\mathbf{u}/dt$
 - Lorentz力 $q(\mathbf{E}+\mathbf{v}\times\mathbf{B})=q(\mathbf{E}+d\mathbf{u}/dt\times\mathbf{B})$



運動方程式の振動解

運動方程式 $m \frac{d^2 u}{dt^2} + m\gamma \frac{du}{dt} + m\omega_0^2 u = q \left(E + \frac{du}{dt} \times B \right)$ (4.3.6)

$\mathbf{B} = (0, 0, B)$ (磁界はz方向を向いているとします。)

$E = E_0 \exp(-i\omega t)$ $\mathbf{u} = \mathbf{u}_0 \exp(-i\omega t)$ (振動解を仮定します。)

$$-m\omega^2 \mathbf{u} - i m \omega \gamma \mathbf{u} + m\omega_0^2 \mathbf{u} = q(\mathbf{E} - i\omega \mathbf{u} \times \mathbf{B})$$
 (4.3.7)

$$\left. \begin{aligned} m(\omega^2 + i\omega\gamma - \omega_0^2)x - i\omega q B y &= -q E_x \\ i\omega q B x + m(\omega^2 + i\omega\gamma - \omega_0^2)y &= -q E_y \\ m(\omega^2 + i\omega\gamma - \omega_0^2)z &= -q E_z \end{aligned} \right\} (4.3.8)$$

という連立方程式が得られます。

誘電率に変換する

- $\varepsilon_{ij} = \delta_{ij} + \chi_{ij}$ を用いて、誘電率テンソルに変換します。

$$\varepsilon_{xx}(\omega) = 1 - \frac{nq^2}{m\varepsilon_0} \cdot \frac{\omega^2 + i\omega\gamma - \omega_0^2}{(\omega^2 + i\omega\gamma - \omega_0^2)^2 - \omega^2\omega_c^2}$$

$$\omega_c = qB/m$$

$$\varepsilon_{xy}(\omega) = -\frac{nq^2}{m\varepsilon_0} \cdot \frac{i\omega\omega_c}{(\omega^2 + i\omega\gamma - \omega_0^2)^2 - \omega^2\omega_c^2} \quad (4.3.10)$$

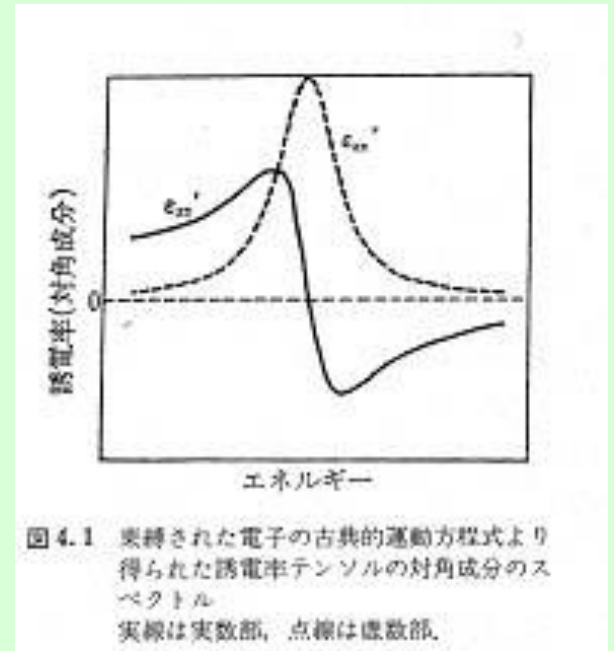
$$\varepsilon_{zz}(\omega) = 1 - \frac{nq^2}{m\varepsilon_0} \cdot \frac{1}{\omega^2 + i\omega\gamma - \omega_0^2}$$

磁界ゼロの場合：ローレンツの式

- $B=0$ なので $\omega_c=0$ を代入するとLorentzの分散式が得られます。

$$\left. \begin{aligned} \varepsilon_{xx}(\omega) = \varepsilon_{zz}(\omega) &= 1 - \frac{nq^2}{m\varepsilon_0} \cdot \frac{1}{\omega^2 + i\omega\gamma - \omega_0^2} \\ \varepsilon_{xy}(\omega) &= 0 \end{aligned} \right\} (4.3.12)$$

$$\left. \begin{aligned} \varepsilon'_{xx}(\omega) &= 1 - \frac{nq^2}{m\varepsilon_0} \cdot \frac{\omega^2 - \omega_0^2}{(\omega^2 - \omega_0^2)^2 + \omega^2\gamma^2} \\ \varepsilon''_{xx}(\omega) &= \frac{nq^2}{m\varepsilon_0} \cdot \frac{\omega\gamma}{(\omega^2 - \omega_0^2)^2 + \omega^2\gamma^2} \end{aligned} \right\} (4.3.13)$$



磁界がなく, 束縛項もない場合: ドルーデの式

- $\omega_c=0, \omega_0=0$ とおくとDrudeの式が得られます。

$$\left. \begin{aligned} \varepsilon_{xx}(\omega) = \varepsilon_{zz}(\omega) &= 1 - \frac{nq^2}{m\varepsilon_0} \cdot \frac{1}{\omega(\omega + i\gamma)} \\ \varepsilon_{xy}(\omega) &= 0 \end{aligned} \right\} (4.3.14)$$

$$\left. \begin{aligned} \varepsilon'_{xx}(\omega) &= 1 - \frac{nq^2}{m\varepsilon_0} \cdot \frac{1}{\omega^2 + \gamma^2} \\ \varepsilon''_{xx}(\omega) &= \frac{nq^2}{m\varepsilon_0} \cdot \frac{\gamma}{\omega(\omega^2 + \gamma^2)} \end{aligned} \right\} (4.3.15)$$

$\omega = \omega_p'$ のとき実数部はゼロを横切ります。

$\omega \rightarrow 0$ のとき虚数部は発散します。

$$\omega_p' = \sqrt{\omega_p^2 - \gamma^2} \quad \omega_p^2 = \frac{nq^2}{m\varepsilon_0}$$

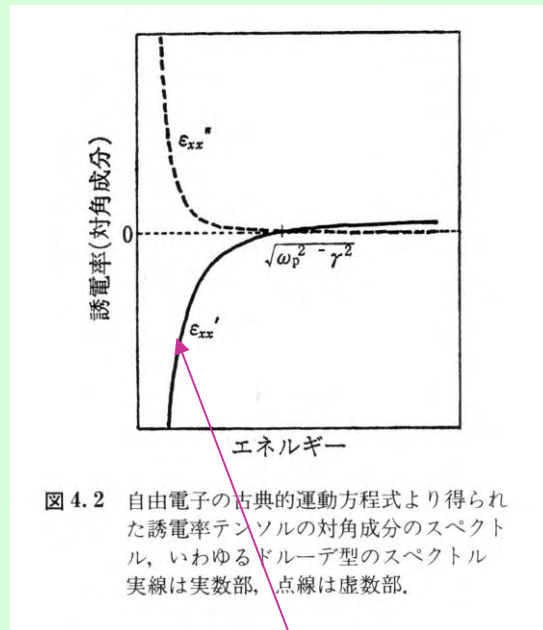


図 4.2 自由電子の古典的運動方程式より得られた誘電率テンソルの対角成分のスペクトル, いわゆるドルーデ型のスペクトル
実線は実数部, 点線は虚数部.

負の誘電率

プラズマ振動数

- Drudeの式で、ダンピング項 γ を0としたとき、 ϵ の実数部が0となる振動数を自由電子プラズマ振動数 ω_p とよび下の式で求められます。

$$\epsilon'_{xx}(\omega) = 1 - \frac{nq^2}{m\epsilon_0} \cdot \frac{1}{\omega_p^2} = 0 \quad \longrightarrow \quad \omega_p = \sqrt{\frac{nq^2}{m\epsilon_0}}$$

ダンピングのある場合のDrudeの式を ω_p を使って書き直すと

$$\begin{aligned} \epsilon'_{xx}(\omega) &= 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2 + \gamma^2} \\ \epsilon''_{xx}(\omega) &= \frac{\gamma\omega_p^2}{\omega(\omega^2 + \gamma^2)} \end{aligned} \quad \longrightarrow \quad \omega'_p = \sqrt{\omega_p^2 - \gamma^2}$$

においてゼロを横切ります

磁界がかかっており束縛項がない場合： マグネトプラズマ共鳴

- $\omega_0=0, \gamma=0$ を代入しますと

$$\varepsilon_{xx}(\omega) = 1 - \frac{nq^2}{m\varepsilon_0} \cdot \frac{1}{\omega^2 - \omega_c^2} = 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2 - \omega_c^2}$$

$$\varepsilon_{xy}(\omega) = \frac{nq^2}{m\varepsilon_0} \cdot \frac{-i\omega_c}{\omega(\omega^2 - \omega_c^2)} = -i \frac{\omega_p^2 \omega_c}{\omega(\omega^2 - \omega_c^2)}$$

$$\varepsilon_{zz}(\omega) = 1 - \frac{nq^2}{m\varepsilon_0} \frac{1}{\omega^2} = 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2}$$

$\omega^2 = \omega_p^2 + \omega_c^2$ で
ゼロを横切る

マグネトプラズマ共鳴

$\omega = \omega_c$ で発散

マグネトプラズマ共鳴の伝導率表現

- $\sigma_{ij} = -i\omega\varepsilon_0(\varepsilon_{ij} - \delta_{ij})$ により σ に変換すると

$$\sigma_{xx}(\omega) = -i\omega\varepsilon_0(\varepsilon_{zz} - 1) = \frac{i\omega\omega_p^2\varepsilon_0}{\omega^2 - \omega_c^2}$$

$$\sigma_{xy}(\omega) = -i\omega\varepsilon_0\varepsilon_{xy} = -\frac{\omega_p^2\omega_c}{\omega^2 - \omega_c^2}\varepsilon_0$$

$$\sigma_{zz}(\omega) = -i\omega\varepsilon_0(\varepsilon_{zz} - 1) = \frac{i\omega_p^2\varepsilon_0}{\omega}$$

(4.3.17)

ホール効果

(直流において、自由電子のみを考え、磁界のある場合)

DCにおいては、 $\omega \rightarrow 0$ とすることにより、次式を得ます。 σ_{xy} はx方向に電流が流れたときy方向に電圧が生じることを表していますから、まさにホール効果を記述するものとなっています。

$$\left. \begin{aligned} \sigma_{xx}(0) &= \frac{nq^2}{m} \cdot \frac{\gamma}{\omega_c^2 + \gamma^2} = nq \frac{q}{m\gamma} \frac{\gamma^2}{\omega_c^2 + \gamma^2} = nq\mu \frac{\gamma^2}{\omega_c^2 + \gamma^2} = \frac{\sigma_0}{(\omega_c/\gamma)^2 + 1} \\ \sigma_{xy}(0) &= -\frac{nq^2}{m} \cdot \frac{\omega_c}{\omega_c^2 + \gamma^2} = -nq \frac{q}{m\gamma} \frac{\gamma\omega_c}{\omega_c^2 + \gamma^2} = -\sigma_0 \frac{\omega_c/\gamma}{(\omega_c/\gamma)^2 + 1} \\ \sigma_{zz}(0) &= \frac{nq^2}{m} \cdot \frac{1}{\gamma} = nq \frac{q}{m\gamma} = nq\mu = \sigma_0 \end{aligned} \right\} \quad (4.3.18)$$

ここに σ_0 は直流伝導率です。**抵抗率テンソル**に変換すると次式になります。

$$\left. \begin{aligned} \rho_{xx} = \rho_{zz} &= \frac{1}{\sigma_0} \\ \rho_{xy} &= R_H B \end{aligned} \right\} \quad (4.3.19)$$

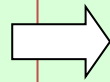
$$\hat{\rho} = \begin{pmatrix} 1/\sigma_0 & -R_H B & 0 \\ R_H B & 1/\sigma_0 & 0 \\ 0 & 0 & 1/\sigma_0 \end{pmatrix}$$

磁界がかかっている、束縛がなく、 散乱のない場合

$$\varepsilon_{xx}(\omega) = 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2 - \omega_c^2}$$

$$\varepsilon_{xy}(\omega) = -i \frac{\omega_p^2 \omega_c}{\omega(\omega^2 - \omega_c^2)}$$

$$\varepsilon_{zz}(\omega) = 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2}$$



$$N_{\pm}^2 = \varepsilon_{xx} \pm i\varepsilon_{xy} = 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega(\omega^2 - \omega_c^2)}(\omega \pm \omega_c) = 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega(\omega \mp \omega_c)}$$

(4.3.21)

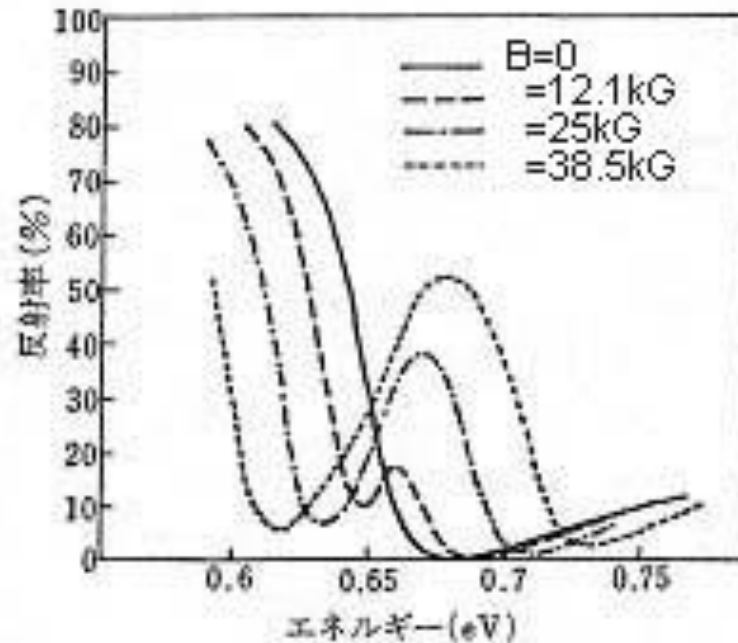


図 4.3 InSb のマグネトプラズマ反射スペクトル¹⁾

Feの磁気光学効果は古典電子論で説明できるか？

$$\varepsilon_{xy}(\omega) = -\frac{nq^2}{m\varepsilon_0} \cdot \frac{i\omega\omega_c}{\left(\omega^2 + i\omega\gamma - \omega_0^2\right)^2 - \omega^2\omega_c^2} \quad (4.3.10)$$

- 比誘電率の非対角成分の大きさ: 最大5の程度

$$\left. \begin{array}{l} \text{キャリア密度 } n = 10^{22} \text{ cm}^{-3} = 10^{28} \text{ m}^{-3} \\ \hbar\omega = \hbar\omega_0 = 2\text{eV} \quad \hbar\gamma = 0.1\text{eV} \end{array} \right\} \text{と仮定}$$

⇒ $B=3000\text{T}$ という非現実的な磁界が必要

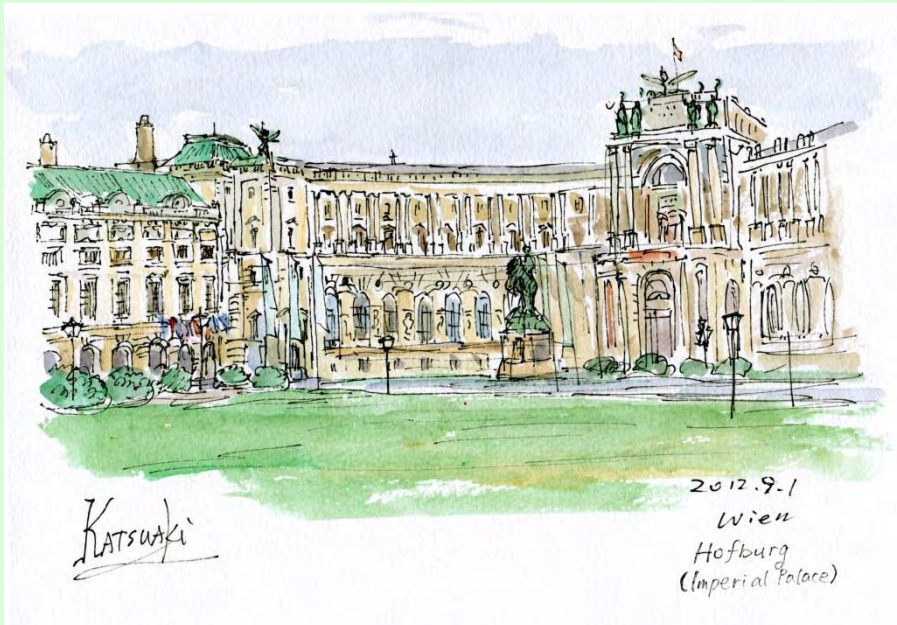
⇒ **磁気光学効果の量子論**

- スピン軌道相互作用によって初めて説明可能

4.3.1 のまとめ

- 古典電子論に従えば、誘電率テンソルの対角成分、非対角成分ともLorentz型のスペクトルで表されることが導かれました。
- 磁気光学効果をもたらす非対角成分は、磁気によるローレンツ力から生じます。
- 強磁性体の磁気光学効果を説明するには、現実には存在しないような強い内部磁界が存在すると仮定しなければならないことがわかりました。

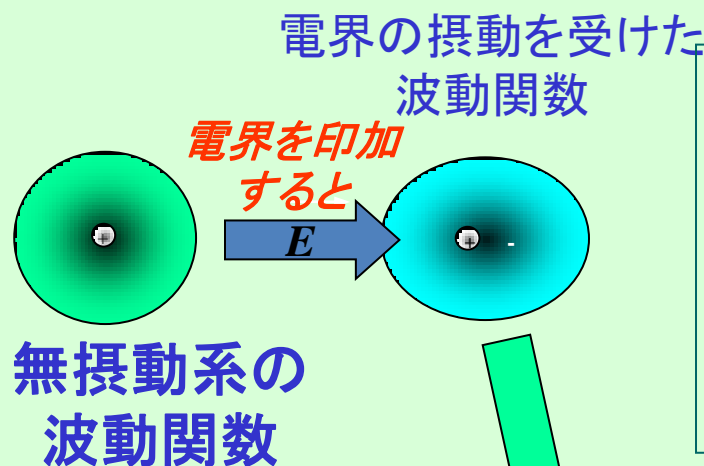
4.3.2 磁気光学効果の量子論



Erwin Schrödinger
Vienna 1887-1961

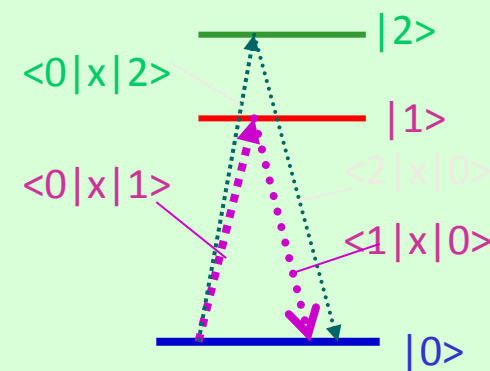
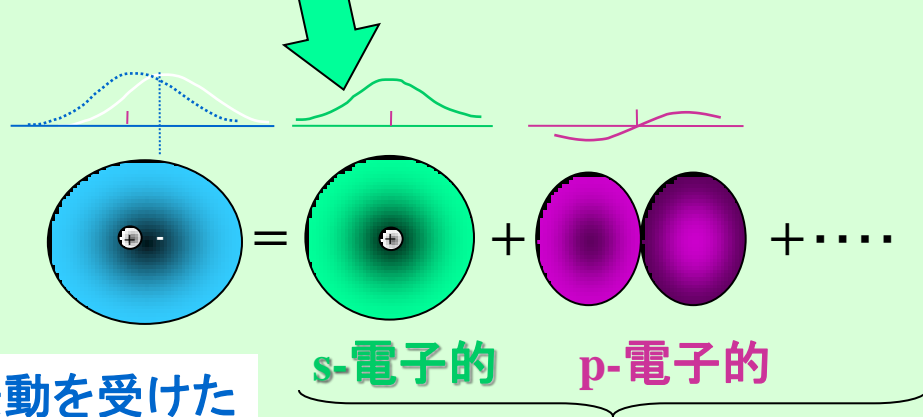


電子分極のミクロな扱い: 対角成分



$$\chi_{xx}(\omega) = \frac{2Nq^2}{\hbar\epsilon_0} \sum_j \omega_{j0} |\langle j|x|0\rangle|^2 \left[\frac{1}{\omega_{j0}^2 - \omega^2} \right]$$

$$= \frac{2Nq^2}{\hbar\epsilon_0} \left(\frac{\omega_{10} |\langle 1|x|0\rangle|^2}{\omega_{10}^2 - \omega^2} + \frac{\omega_{20} |\langle 2|x|0\rangle|^2}{\omega_{20}^2 - \omega^2} + \dots \right)$$



電気分極と摂動論

- **電気分極**とは、「電界によって正負の電荷がずれることにより誘起された**電気双極子**の単位体積における総和」のことを表します。
- 「電界の効果」を、電界を与える前の系(無摂動系)のハミルトニアンに対する「**摂動**」として扱います。
- 「摂動を受けた場合の波動関数」を「無摂動系の固有関数」の1次結合として展開。この波動関数を用いて「電気双極子の期待値」を計算します。

量子力学から導かれた 誘電率の対角成分

古典電子論と同様のLorentz型曲線となる。

$$\varepsilon_{xx}(\omega) = 1 + \frac{Ne^2}{m\varepsilon_0} \sum_j f_{xj} \frac{1}{(\omega_{j0}^2 - \omega^2 + \gamma^2) + 2i\gamma\omega}$$

ここに $f_{xj} = 2m\omega_{j0} |\langle j|x|0\rangle|^2 / \hbar$

は、光学遷移の振動子強度

量子力学から導かれた 誘電率の非対角成分

古典電子論と同様のLorentz型曲線となる。

$$\epsilon_{xy} = \chi_{xy}(\omega) = -i \frac{Nq^2}{2m\epsilon_0} \sum_j \frac{f_{j0}^+ - f_{j0}^-}{\omega_{j0}^2 - (\omega + i\gamma)^2}$$

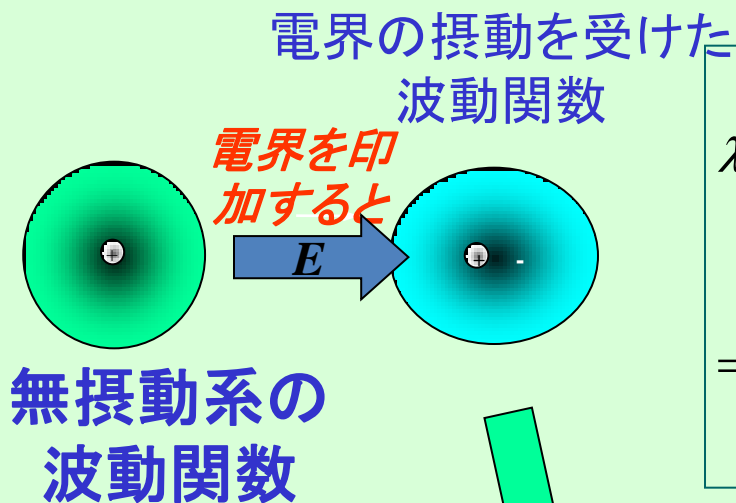
ここに $f_{j0}^{\pm} = \frac{m\omega_{j0} \left| \langle j | x^{\pm} | 0 \rangle \right|^2}{\hbar}$

は、右回り(+)および左回り(-)の円偏光による
光学遷移の振動子強度

磁化の存在がどう寄与するか

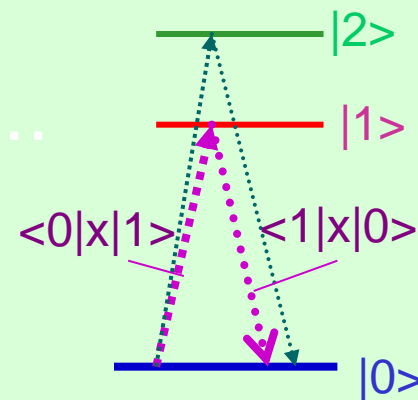
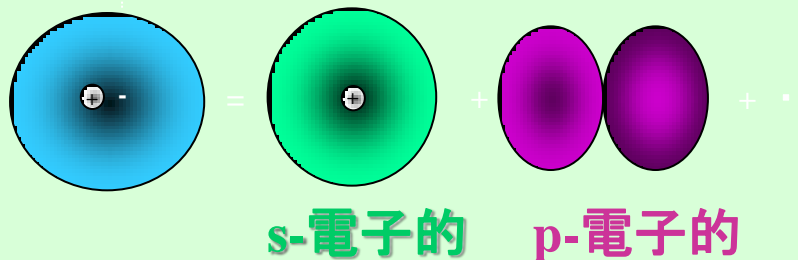
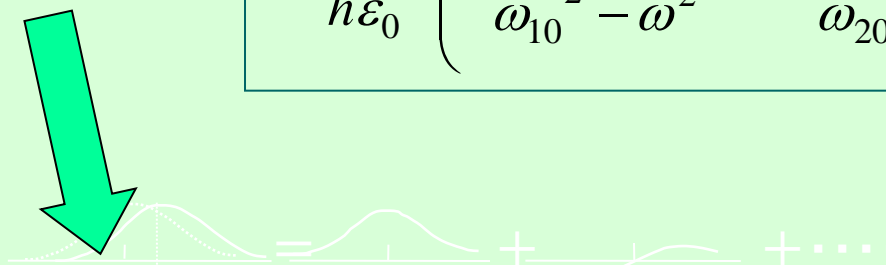
- 磁化が存在するとスピン状態が分裂する。
 - しかし左右円偏光の選択則には影響しない。
- スピン軌道相互作用があって初めて軌道状態の分裂に結びつく。
- 右(左)回り光吸収は右(左)回り電子運動を誘起する。
- 以下では、磁気光学の量子論を図を使って説明する。

電子分極のミクロな扱い: 対角成分



$$\chi_{xx}(\omega) = \frac{2Nq^2}{\hbar\epsilon_0} \sum_j \omega_{j0} |\langle j|x|0\rangle|^2 \left[\frac{1}{\omega_{j0}^2 - \omega^2} \right]$$

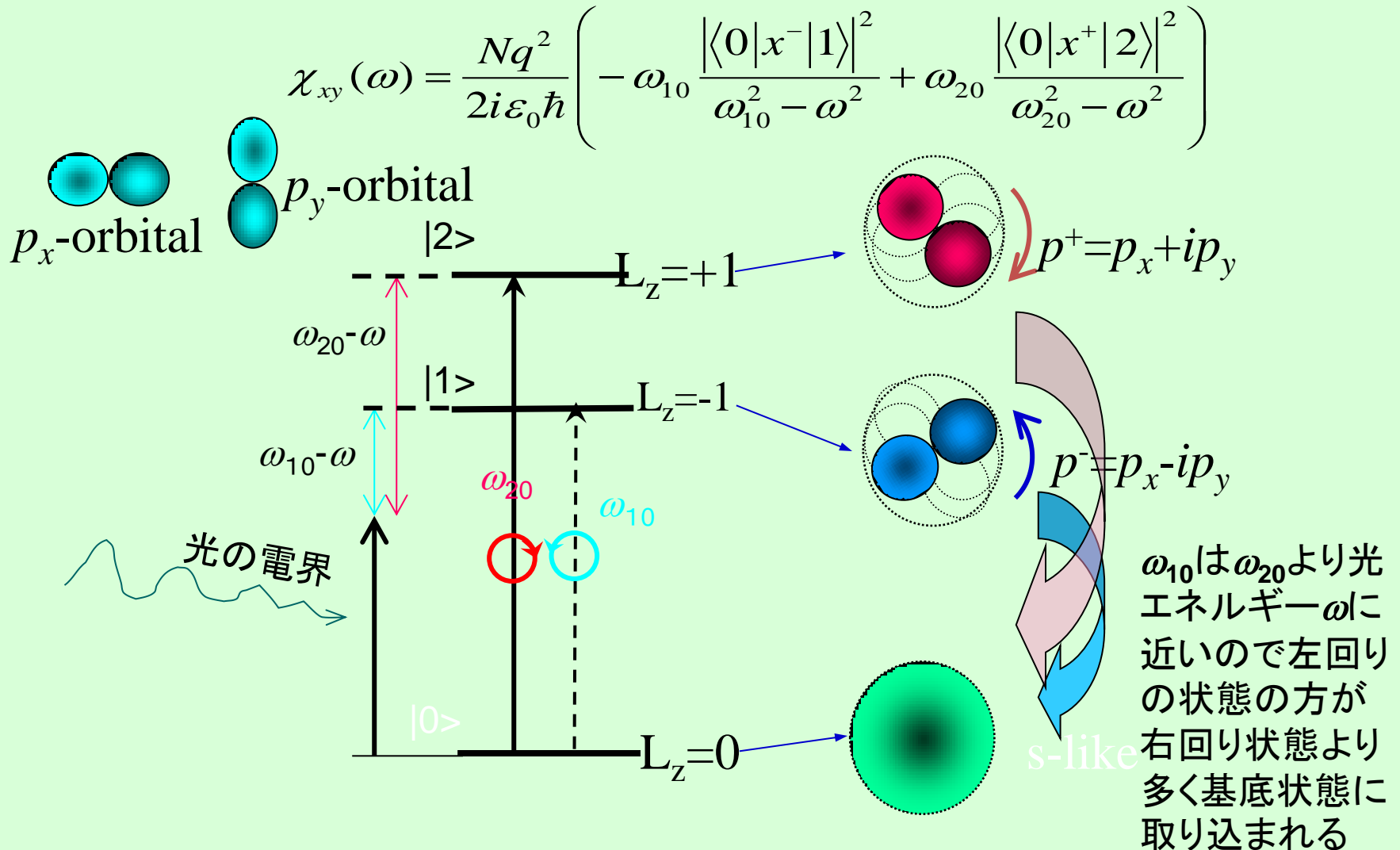
$$= \frac{2Nq^2}{\hbar\epsilon_0} \left(\frac{\omega_{10} |\langle 1|x|0\rangle|^2}{\omega_{10}^2 - \omega^2} + \frac{\omega_{20} |\langle 2|x|0\rangle|^2}{\omega_{20}^2 - \omega^2} + \dots \right)$$



摂動を受けた
波動関数

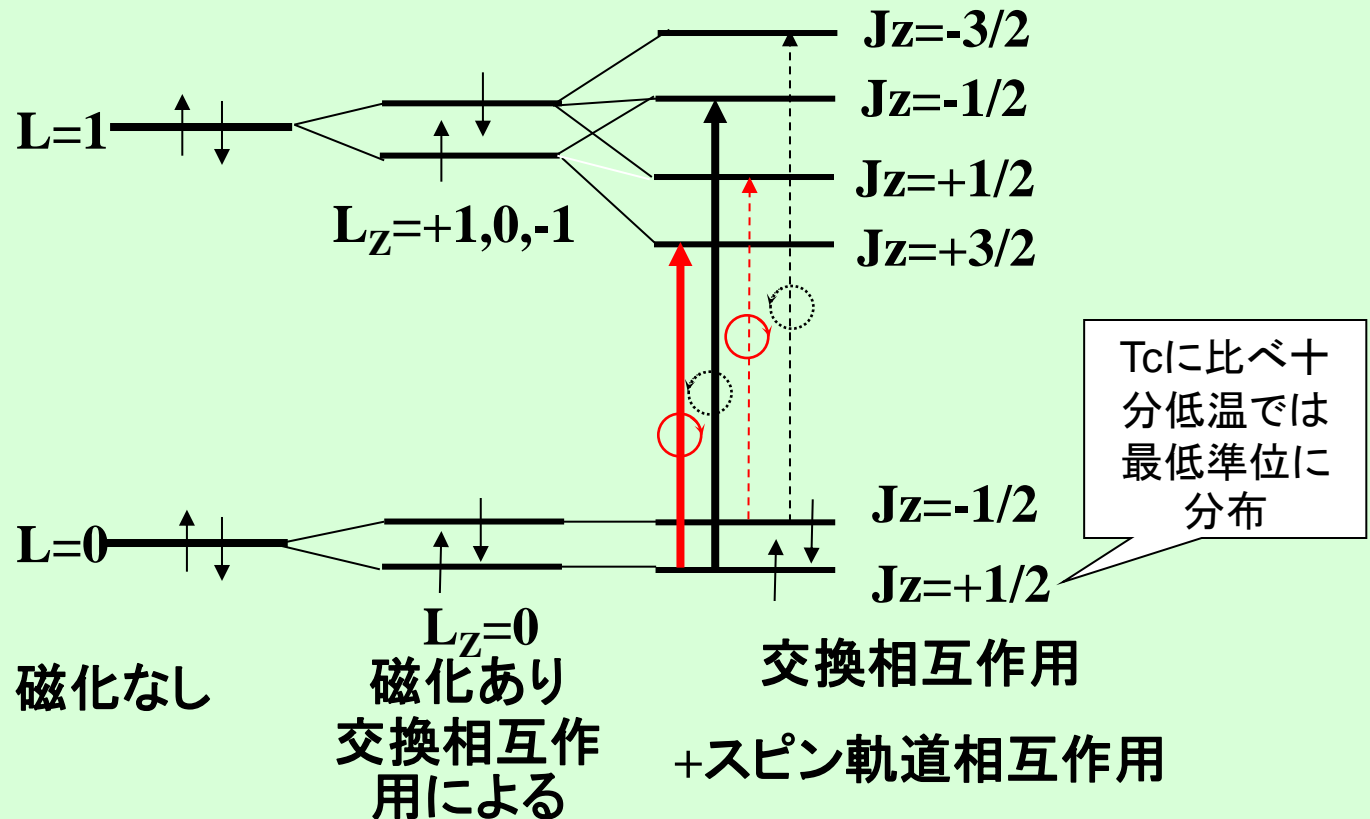
無摂動系の固有関数で展開

円偏光の吸収と電子構造：非対角成分



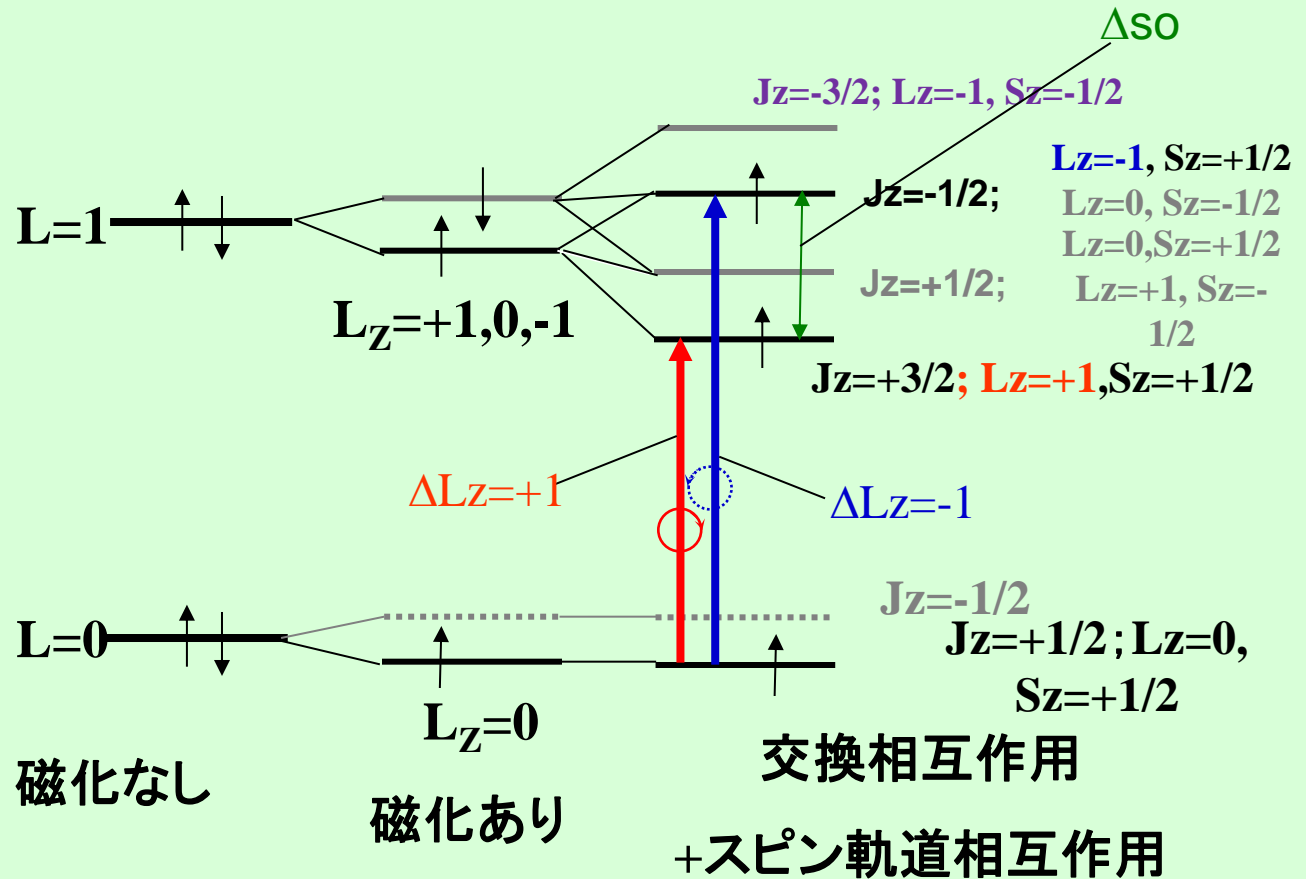
スピン軌道相互作用の重要性

- 磁化があるだけでは、軌道状態は分裂しません。
スピン軌道相互作用があるために



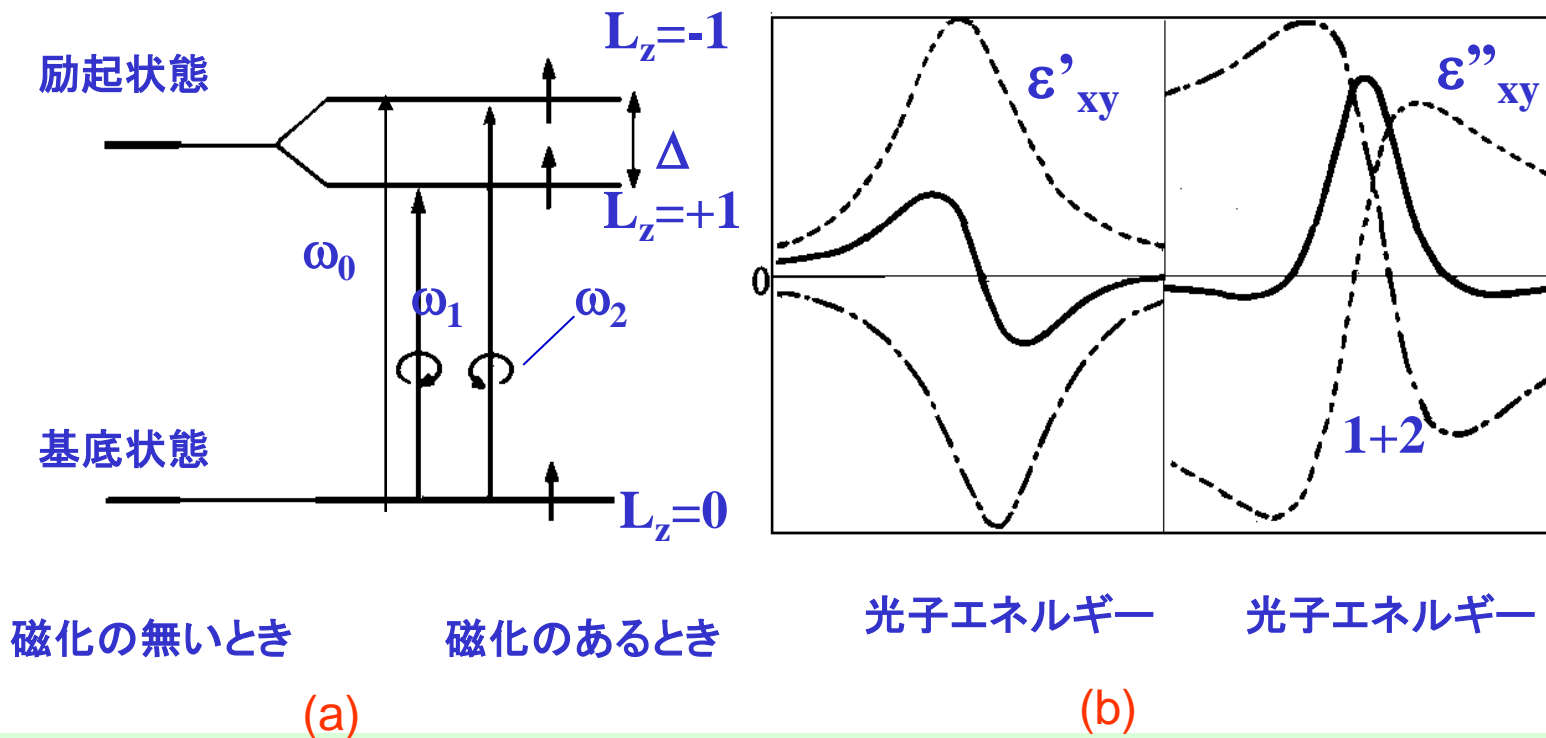
スピン軌道相互作用の重要性

- T_c に比べ十分低温では最低準位にのみ分布



反磁性型スペクトル

- 図(a)のような電子構造を考えます。基底状態として交換分裂した最低のエネルギー準位を考える。このときの誘電率の非対角成分の実数部・虚数部は図(b)のように表される。



誘電率の非対角成分のピーク値

- 大きな磁気光学効果を示す物質では、ほとんど、ここに述べた反磁性型スペクトルとなっている。 $\omega = \omega_0$ において ε_{xy}'' のピーク値は

$$\varepsilon_{xy}'' \Big|_{peak} = \frac{Ne^2 f \Delta_{so}}{4m\varepsilon_0 \omega \gamma^2}$$

鉄の場合: $N=10^{28}\text{m}^{-3}$, $f_0=1$, $\hbar\Delta_{so}=0.05\text{eV}$, $\hbar\omega_0=2\text{eV}$,
 $\hbar/\tau=0.1\text{eV}$ という常識的な値を代入 $\varepsilon_{xy}'' \Big|_{peak}=3.5$ を得る。

大きな磁気光学効果を持つ条件:

- ・光学遷移の振動子強度 f が大きい
- ・スピン軌道相互作用が大きい
- ・遷移のピーク幅が狭い

4.3.2 のまとめ

- 量子論にもとづいて誘電率テンソルの非対角成分の実数部、虚数部を導いた。
- 強磁性体の大きな磁気光学効果は、交換相互作用とスピン軌道相互作用がともに起きることによって生じていることがわかった。

5. 磁気光学の応用

2 磁気光学効果の応用 CONTENTS

- 光で磁気を見る
 - ファラデー効果で磁化曲線を測る
 - ファラデー効果で磁区を見る
 - 光磁気記録(記録情報の読み出し)
- 光で磁気を測る
 - 電流磁界センサ
- 磁気で光を制御する
 - 光アイソレータ(光通信における方向性結合)
 - 空間光変調器(光画像処理)

光で磁気を見る

- ファラデー効果で磁化曲線を測る
- ファラデー効果で磁区を見る
- 光磁気記録(記録情報の読み出し)

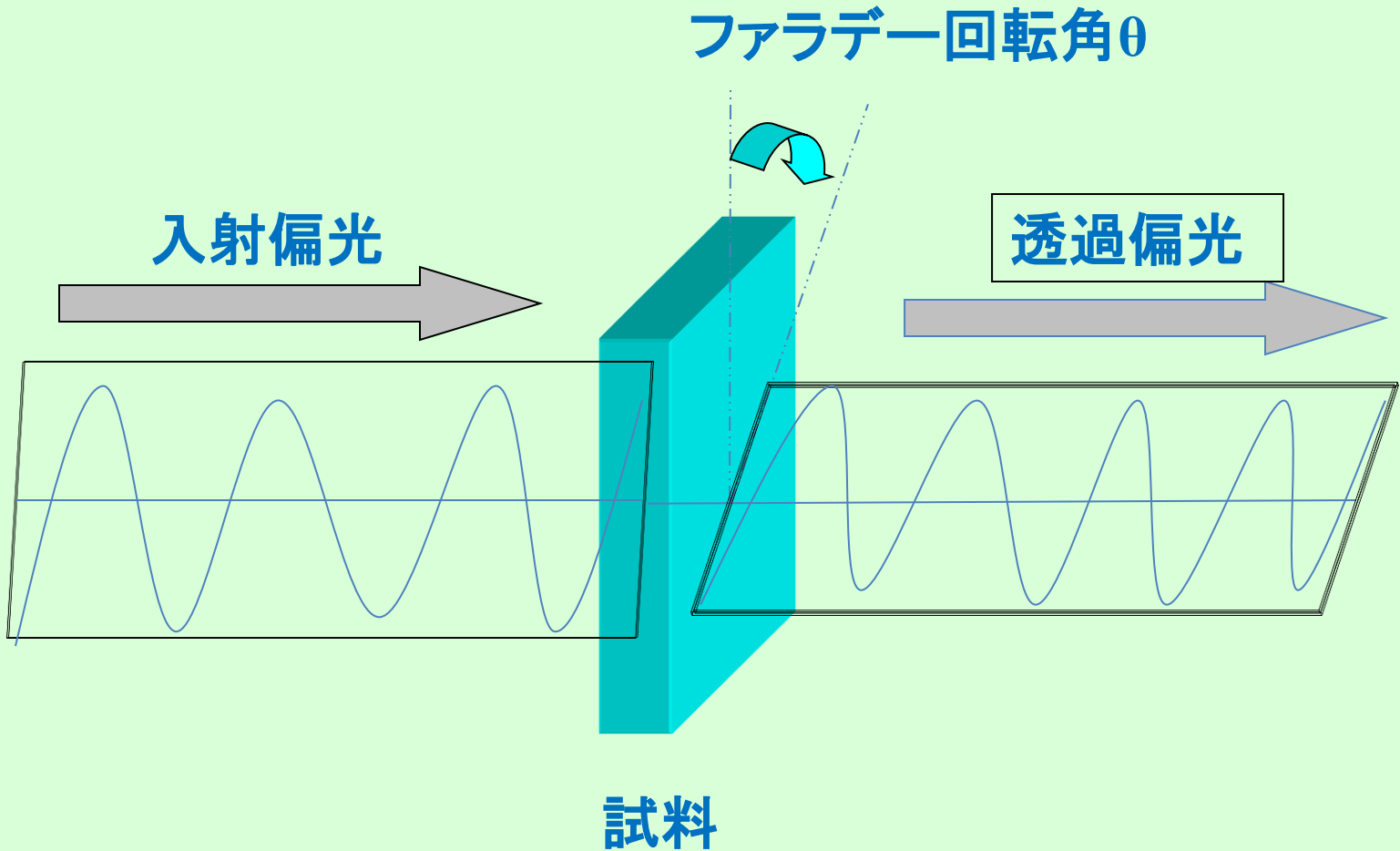
ファラデー効果で磁化曲線を測る

- 強磁性体では旋光角は物質定数ですが、磁氣的に飽和していない場合には、巨視的な磁化に関する量となるので、ファラデー効果を用いて磁化曲線を測ることができます。
- ファラデー効果は磁化ベクトルと光の波動ベクトルとが平行なとき最大となり、垂直のとき最小となります。すなわち、磁化と波動ベクトルのスカラー積に比例するのです。
- 測定に使う光のスポット径が磁区よりも十分大きければ近似的にいくつかの磁区の平均の磁化の成分を見ることになるので磁化曲線を測定できるのです。

ファラデー効果による磁化曲線測定

- ここには、YIG:Bi薄膜の磁気光学効果を用いてヒステリシス曲線を測定する実験を紹介し、磁化の反転を光で検出できることを示しましょう。
- 光磁気ディスクやミニディスクでは、これと同じ原理を使って、磁気記録された情報を読み出しているのです。

原理



装置

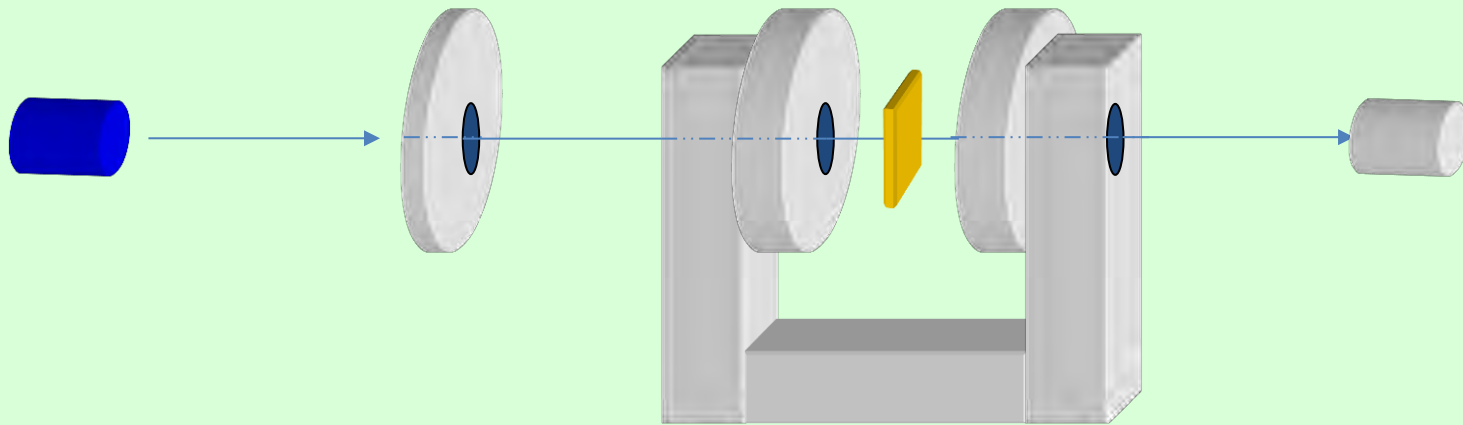
LED

偏光板

試料

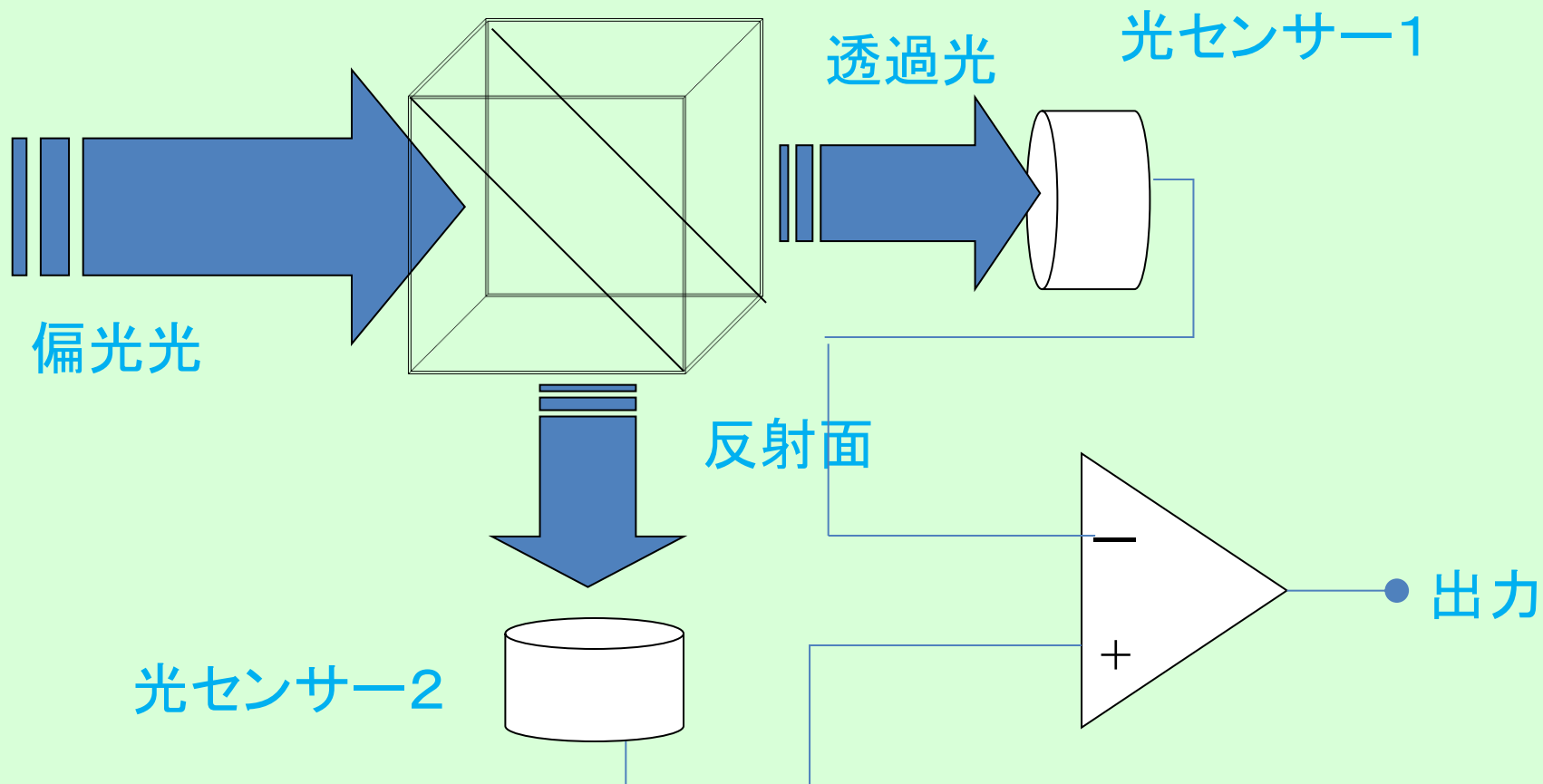
コイル

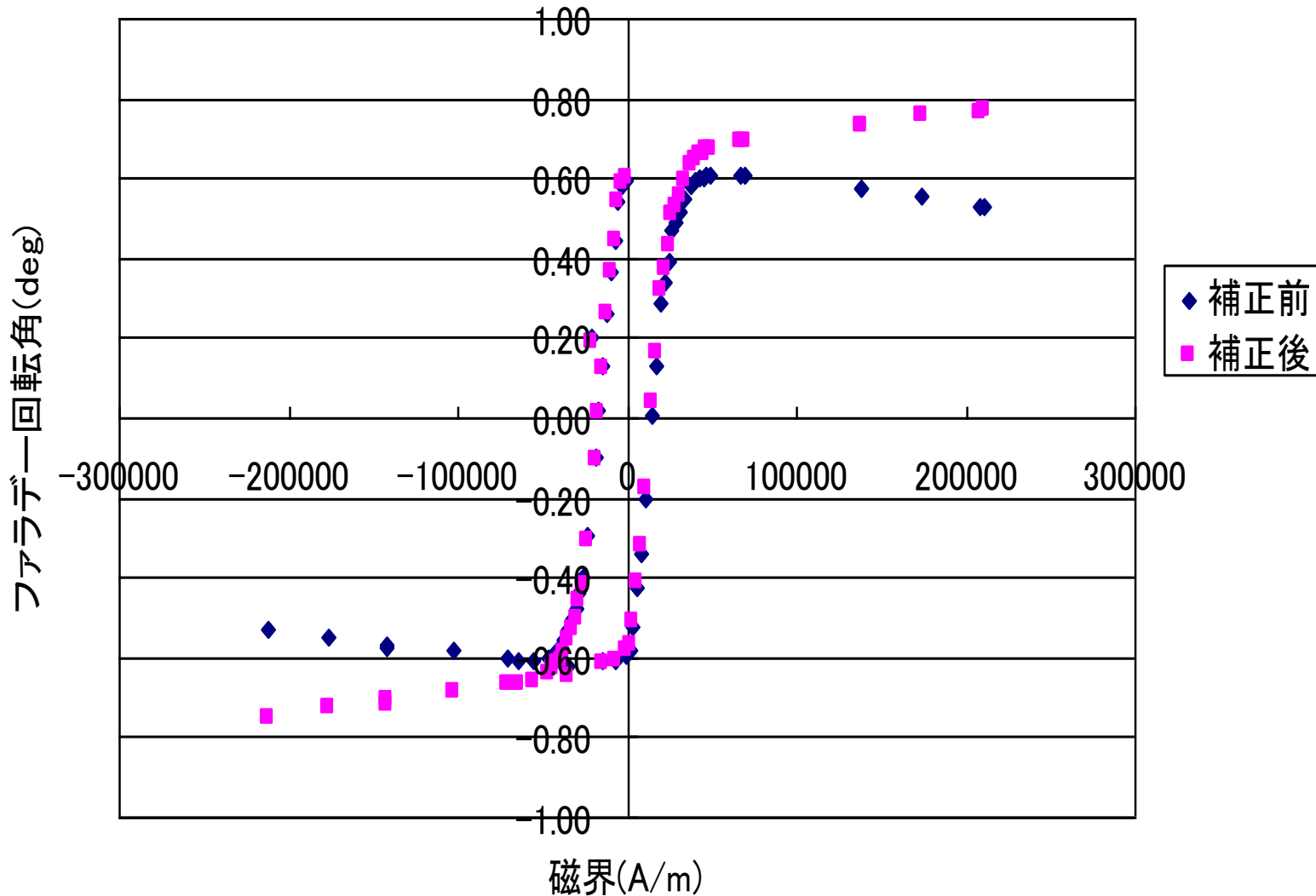
差動検出器



差動検出器の説明

偏光ビームスプリッタ



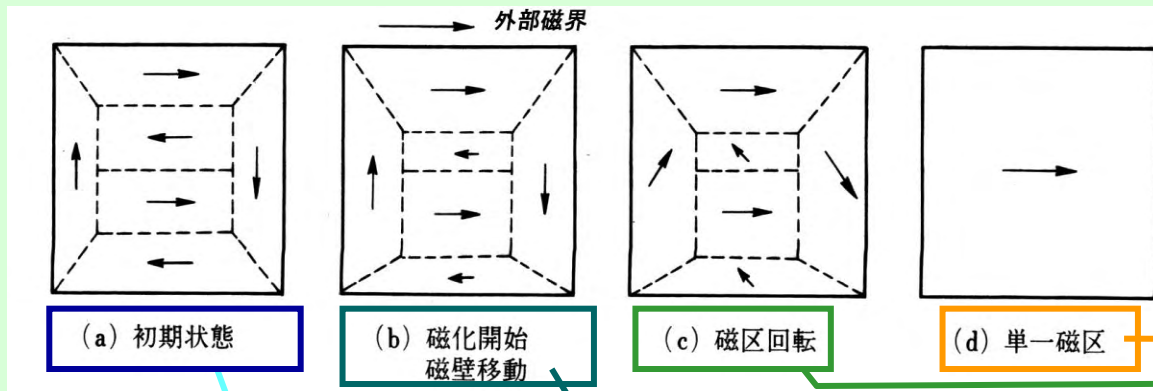


ファラデー効果のヒステリシス曲線

ファラデー効果で磁区を見る

- 測定に使う光のスポット径が磁区よりも十分小さければ、磁区の磁化の向きを光の強弱に変えて画像として観測することができます。
- ただし、面に垂直な磁化の成分のみを捉えることができます。

ヒステリシスと磁区

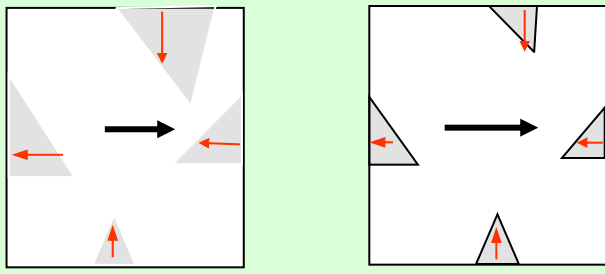


- ヒステリシスは、磁性体の磁区（磁化のそろった領域）に分かれることから生じています。

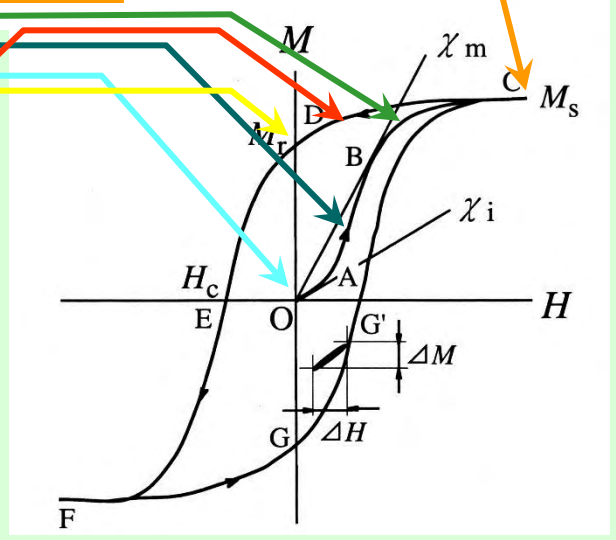
磁気飽和

残留磁化状態

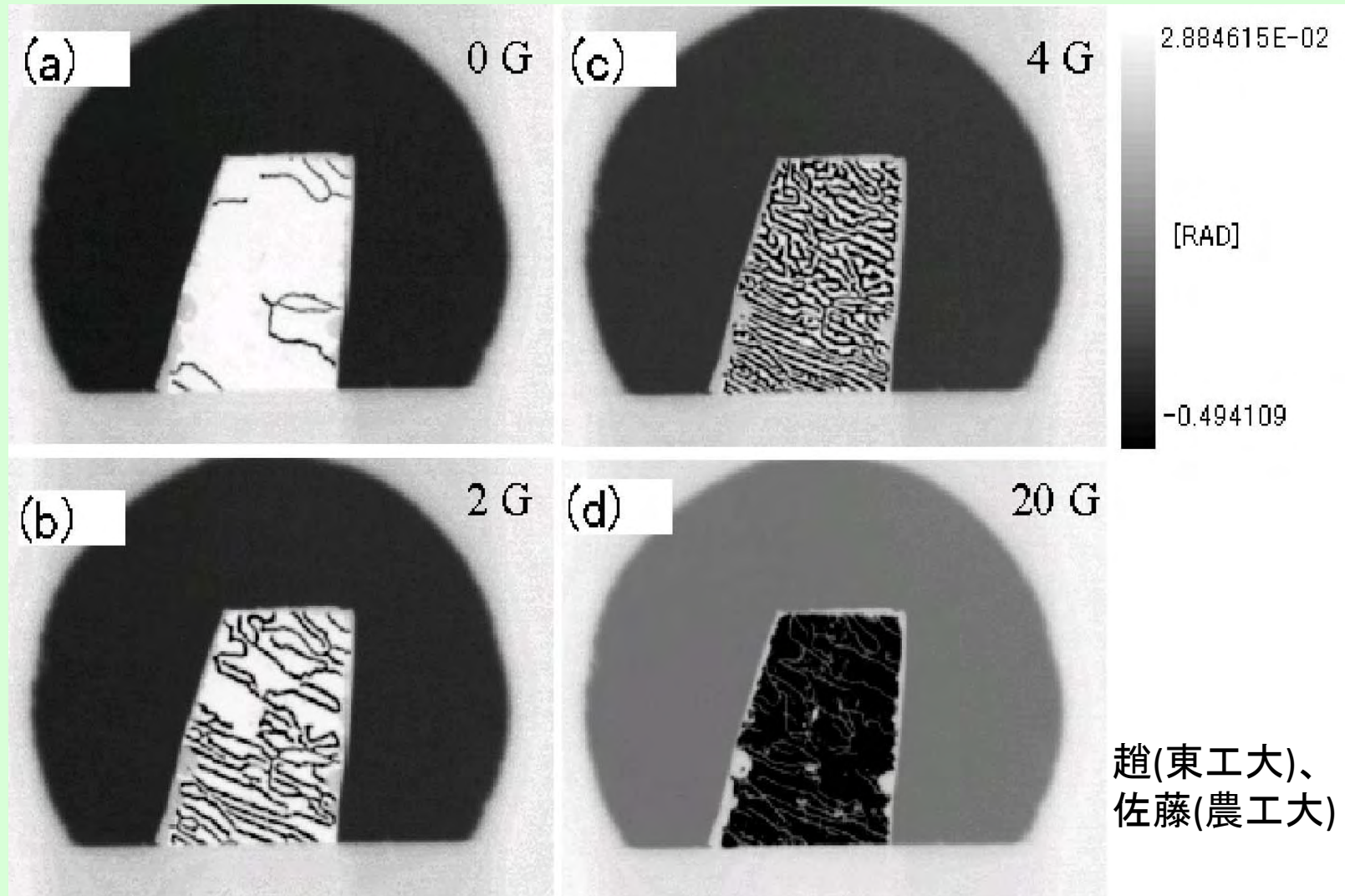
逆磁区の発生と成長



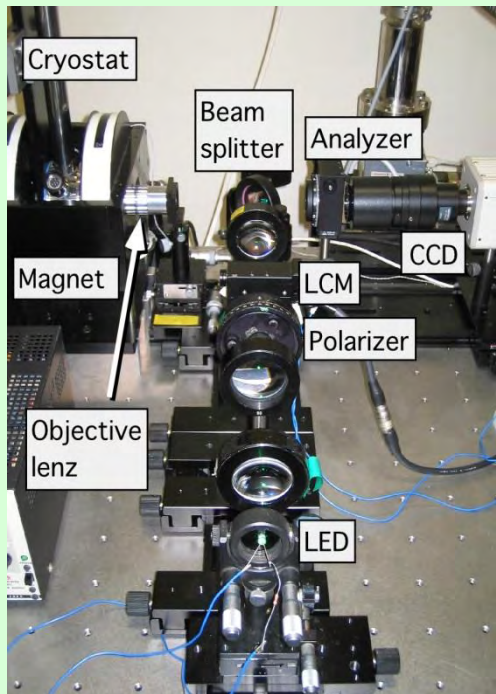
核発生



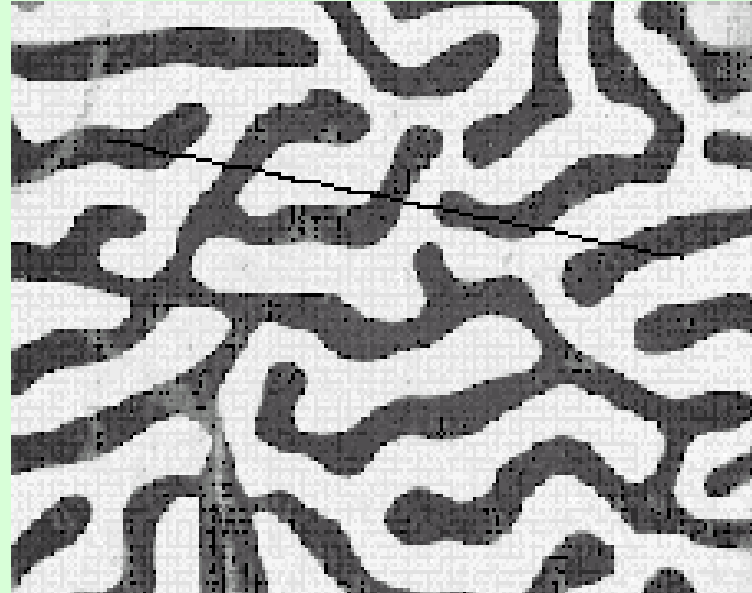
磁気光学効果で磁区を見る (Bi置換磁性ガーネット薄膜)



ファラデー効果を用いた 磁区のイメージング



佐藤が開発した
円偏光変調方式
磁気光学顕微鏡



ファラデー効果で観察した
磁性ガーネット薄膜の磁区像

磁気光学顕微鏡による 超伝導体中の磁束の観察

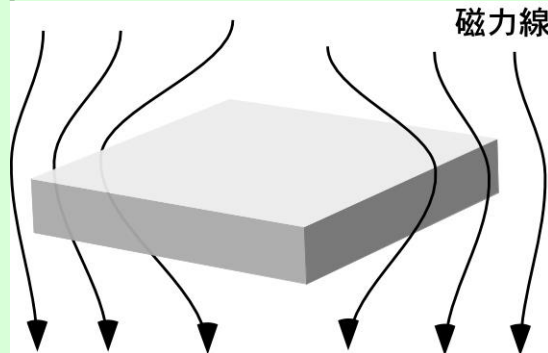
長岡技科大石橋隆幸先生による

超伝導体と磁束

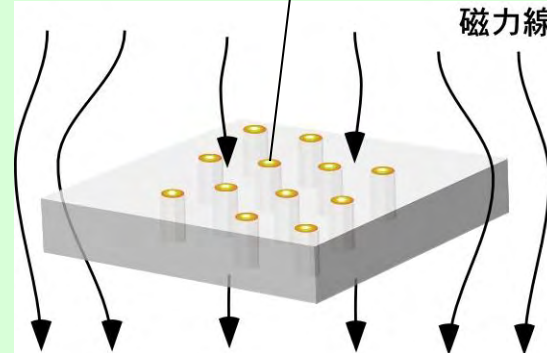
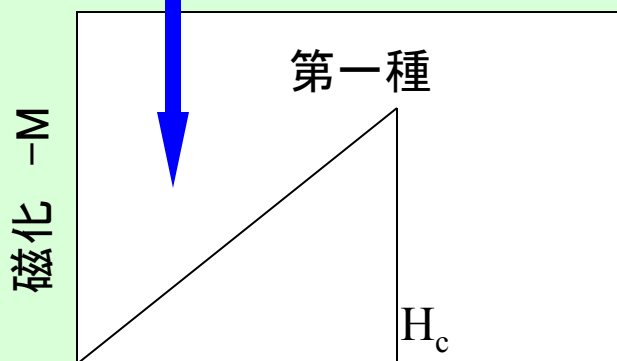
磁束量子

$$\Phi_0 = \frac{h}{2e} = 2.07 \times 10^{-7} \text{ G} \cdot \text{m}^2$$

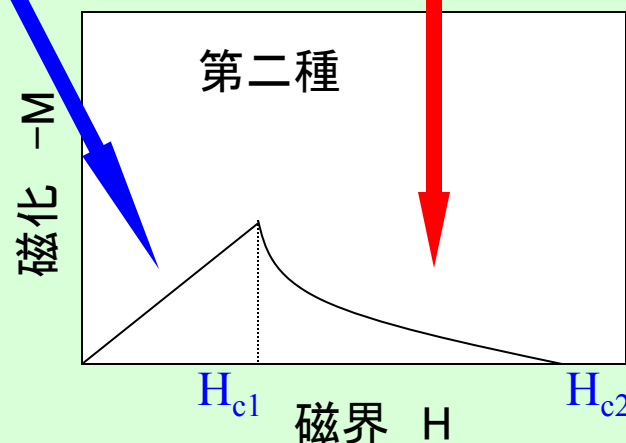
- 第一種超伝導体と第二種超伝導体



マイスナー効果



渦糸状態

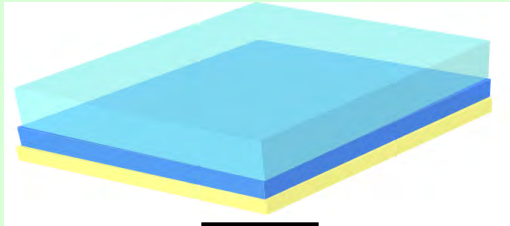


超伝導体と磁束

- 超伝導線材
 - 磁束のピンニング → 臨界電流値の向上
- 単一磁束量子集積回路(SFQ)
 - 磁束量子 → デジタル信号“0”, “1”
- 量子コンピューティング
 - 磁束量子 → Qbit
- 高温超伝導現象の解明 → 新しい超伝導体の発見
- 磁束の運動の制御 → 新機能デバイスの開発

実験(試料)

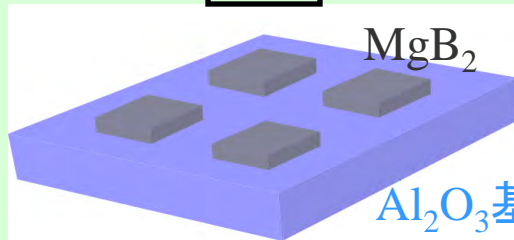
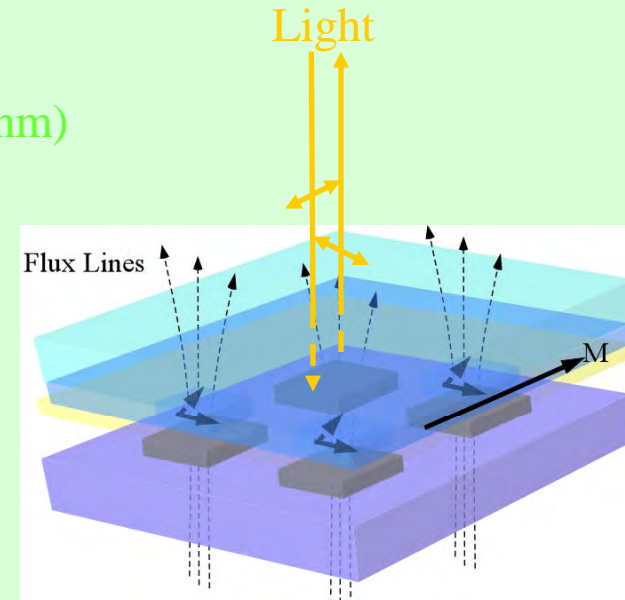
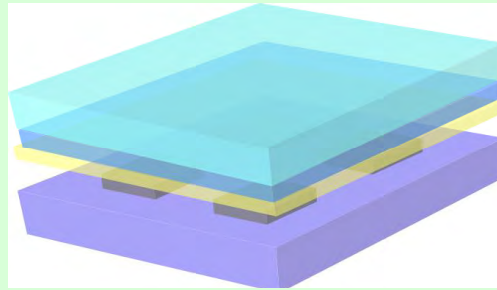
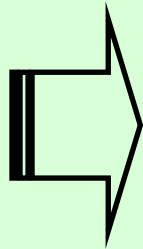
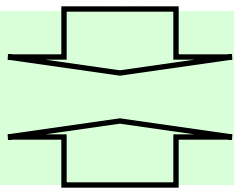
Pt付きガーネット



Gd₃Ga₅O₁₂ 基板

Bi:YIG(MOD法で作製, 膜厚:400nm)

Pt



MgB₂

Al₂O₃基板

MgB₂パターン

作製方法:MBE

膜厚:100nm

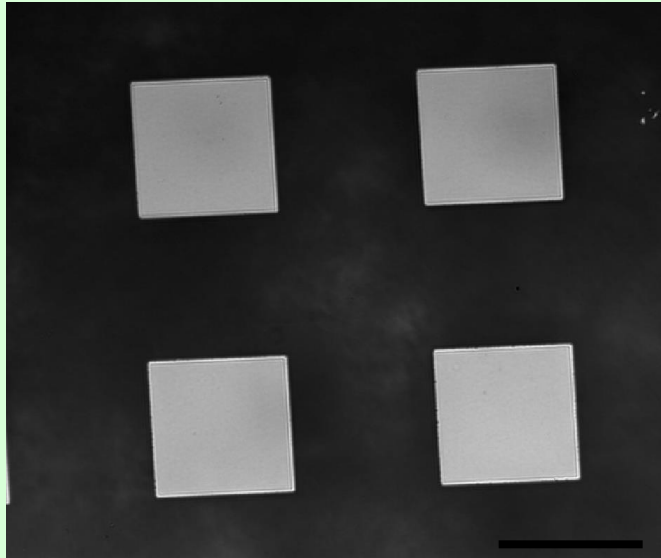
T_c ~ 30K

超伝導内に侵入した磁束をガーネット膜に転写させ、転写した部分の面直成分を磁気光学で検出・可視化

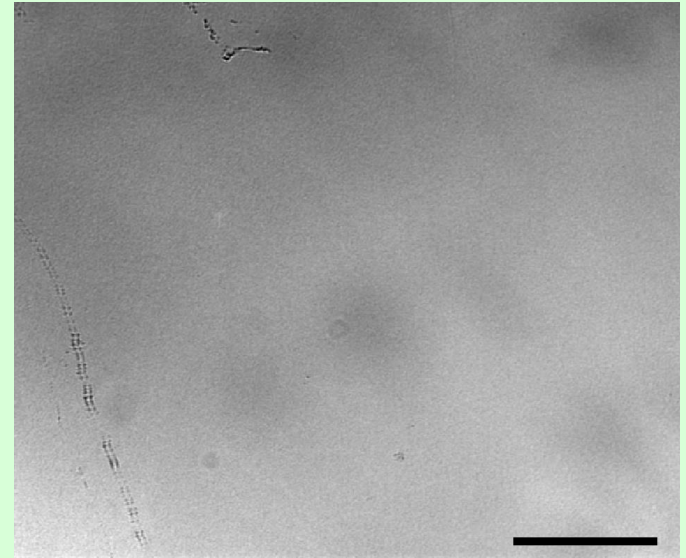


磁束像として観察

100mm × 100mm ドットパターン

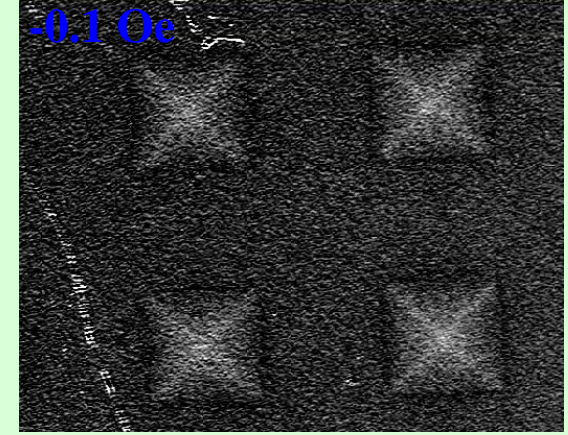
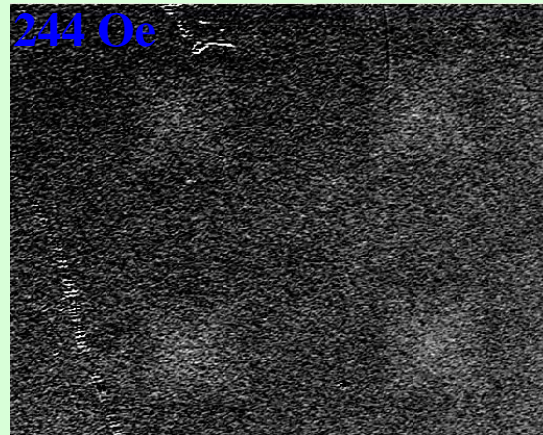
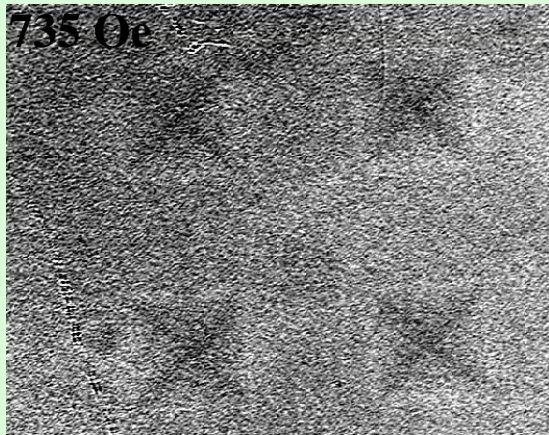
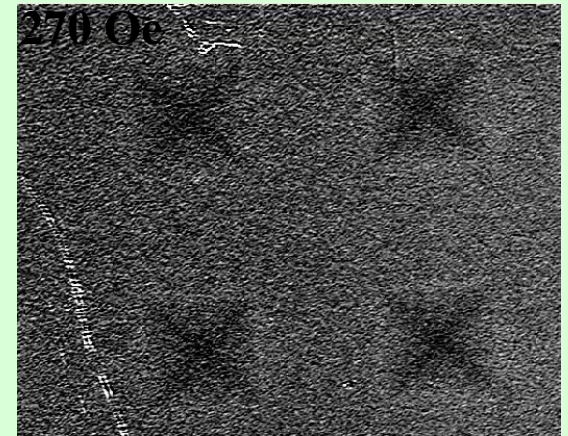
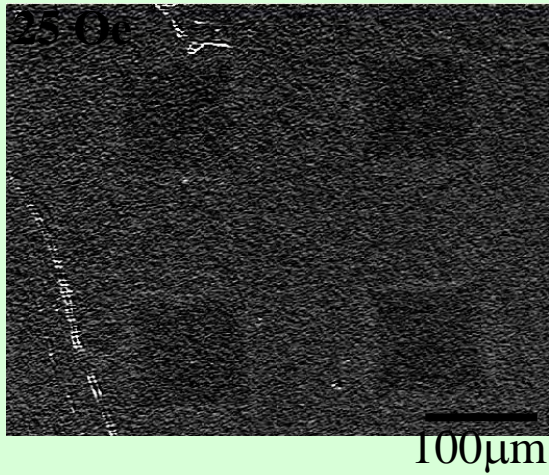


Optical image (× 10)
MgB₂ドットパターン(100μm × 100μm)

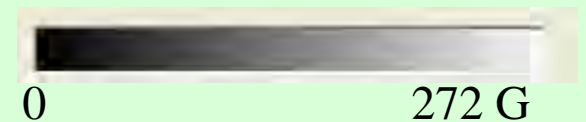


Optical image (× 10)
ガーネット膜を貼り合わせた後

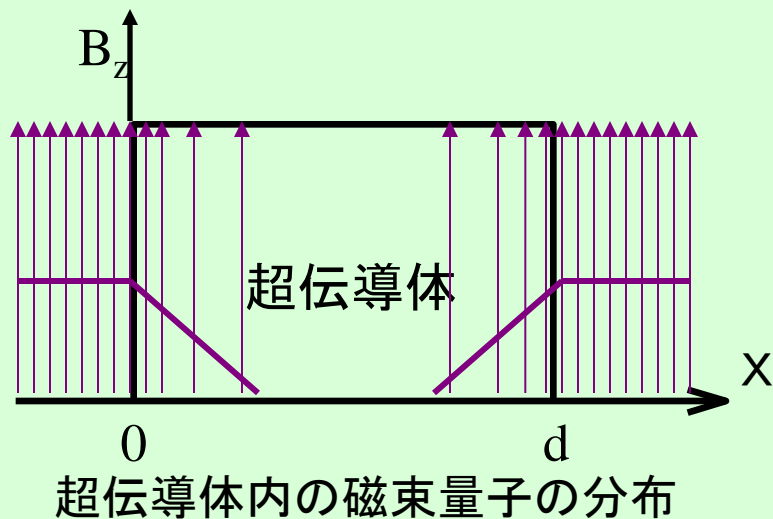
100 μm パターンの磁気光学像



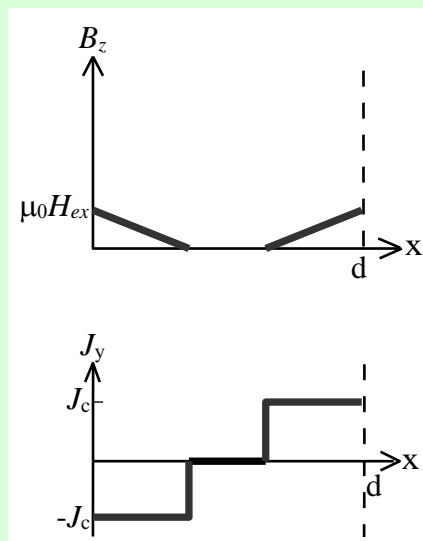
$T=3.9\text{K}$



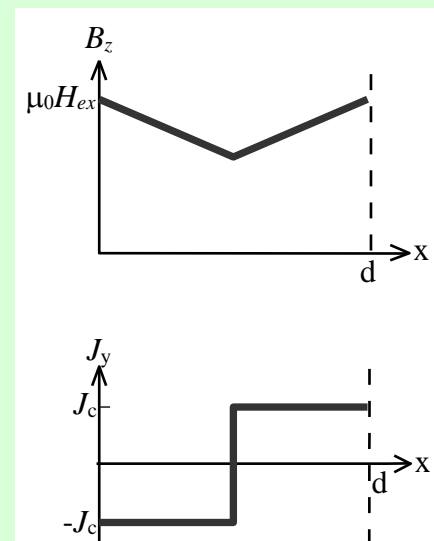
Bean model



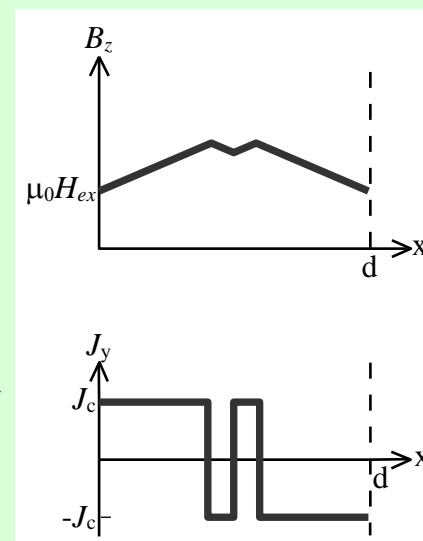
(a)



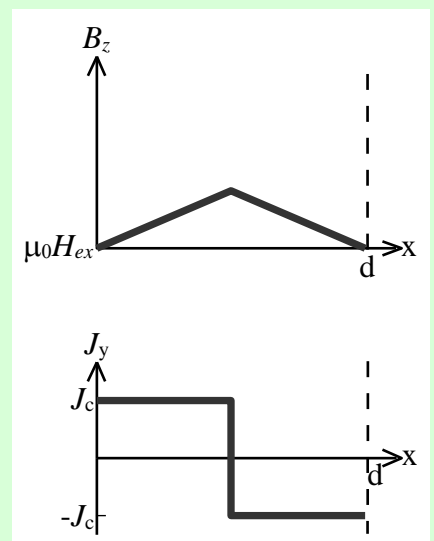
(b)



(c)



(d)

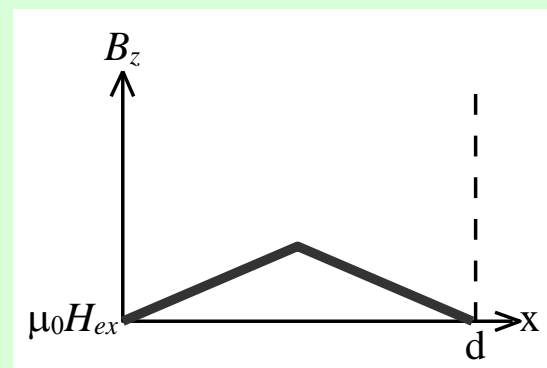
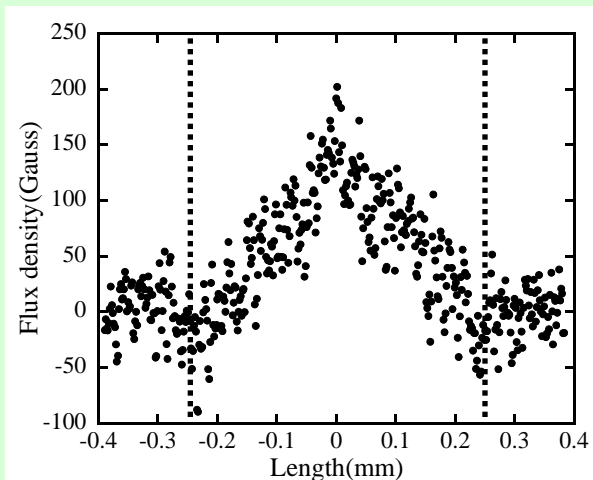
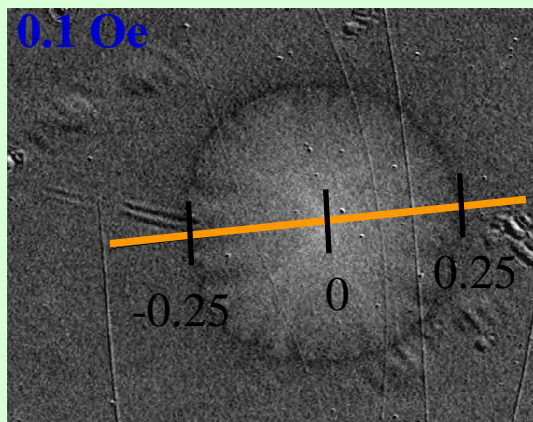
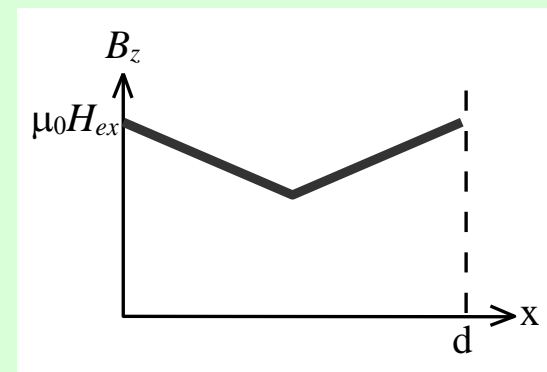
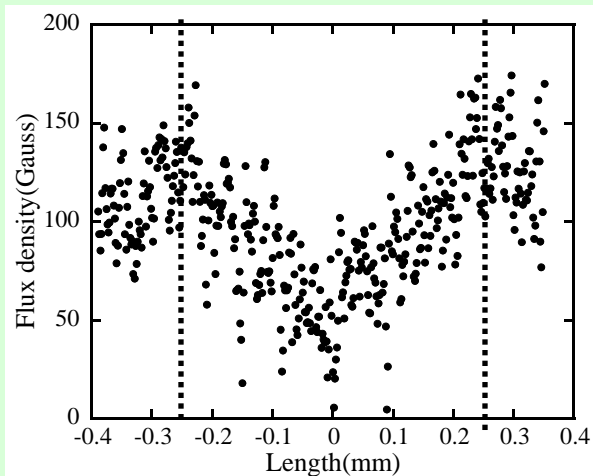
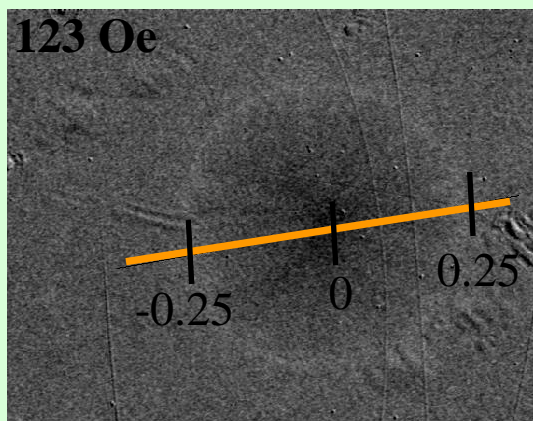


$$\frac{dB_z}{dx} = J_c \quad (J_c : \text{臨界電流密度})$$

マクスウェルの方程式より導かれる電流密度が常に一定・・・Bean model^[1]

[1] C. P. Bean, *Phys. Rev Lett.* 8, 250 (1962)

円形MgB₂ラインプロファイル



単位[mm]

How to obtain current distribution from MO images

■ Ampère's law

$$\mu_0 \mathbf{J} = \Delta \times \mathbf{B}$$

It needs all B component, B_x, B_y, B_z, while MO images measures only B_z.

• Biot-Savart's law

$$B_z = \frac{\mu_0}{4\pi} \int \frac{(y - y')J_x - (x - x')J_y}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|^3} dx' dy'$$

- 1) One uses models for current distribution and compare the calculated B with the measured one.
- 2) One directly inverts by numerical method.

Inversion of Biot-Savart's law using convolution theorem

Ch. Jooss et al. Physica C, 299(1998)215.

$$\mathbf{B}_z = \mu_0 \mathbf{H}_{ex} + \mu_0 \int_V \mathbf{K}_g(\mathbf{r}, \mathbf{r}') g(x, y) d^3 r' \quad \dots (1)$$

g : local magnetization

\mathbf{K}_g : green function

z component of magnetic dipole

Using convolution theorem

Eq.(1) can be transformed into

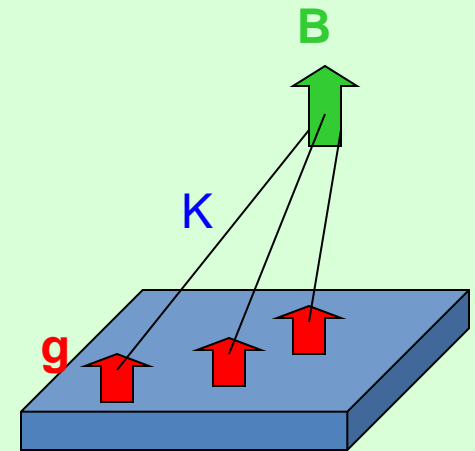
$$\tilde{\mathbf{B}}_z(\mathbf{k}) = \mu_0 \tilde{\mathbf{K}}_g(\mathbf{k}) \tilde{g}(\mathbf{k})$$

x and y component of \mathbf{J} are obtained as

$$\tilde{j}_x = -i \frac{\tilde{\mathbf{B}}_z}{\tilde{\mathbf{K}}_x} \quad \tilde{j}_x = -\tilde{j}_x \frac{k_x}{k_y}$$

$$\Delta \cdot \mathbf{J} = 0$$

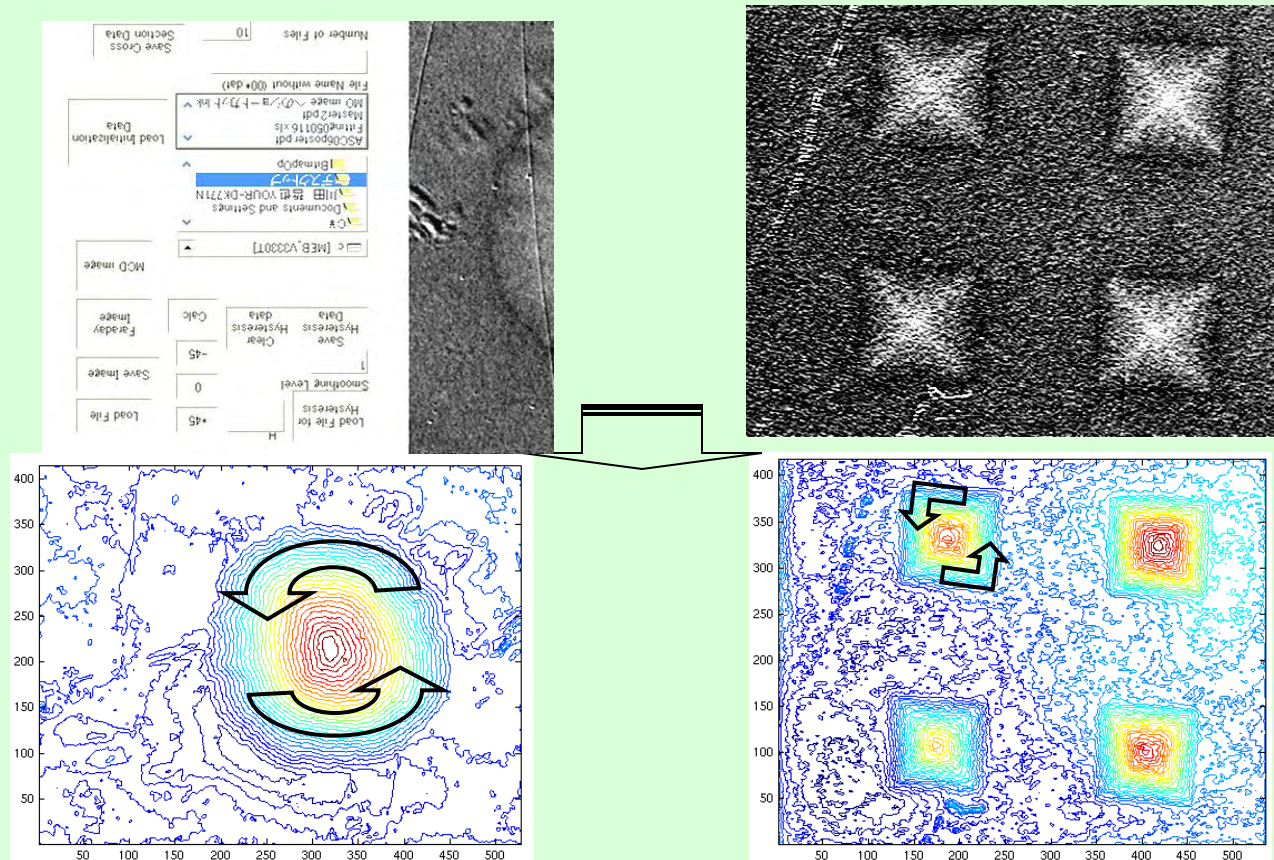
$$\tilde{\mathbf{K}}_x = \mu_0 \frac{e^{-kh}}{k} \sinh\left(\frac{kd}{2}\right) \left[\frac{k_y}{k} + \frac{k_x^2}{k_y k} \right]$$



電流分布

(Oslo 大学 Prof. T.H.Johansen研究室の協力による)

観察されたMO像(印加磁場を735 Oeまで上げ、下げたあと)



⇒ 電流の向き

MO像から電流分布に変換

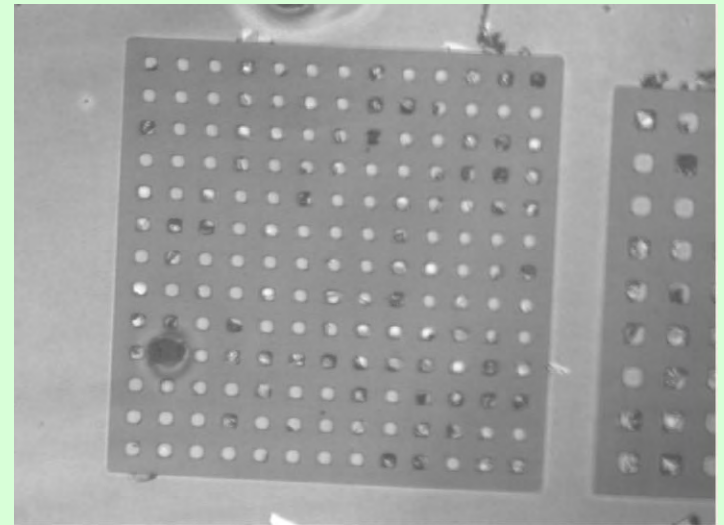
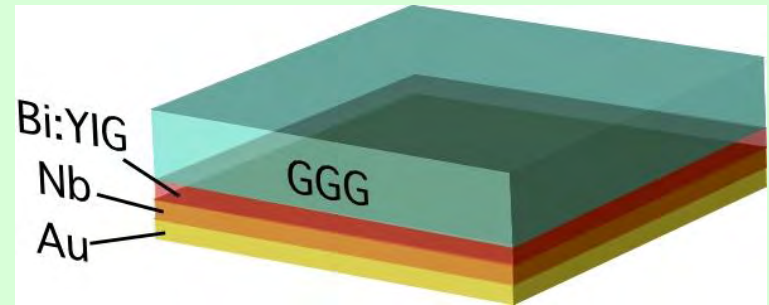
青→赤の色は計算で求めた局所磁場の大きさ

等高線の間隔: 電流密度

臨界電流密度 $J_c \sim 6 \times 10^7 \text{ A/cm}^2$

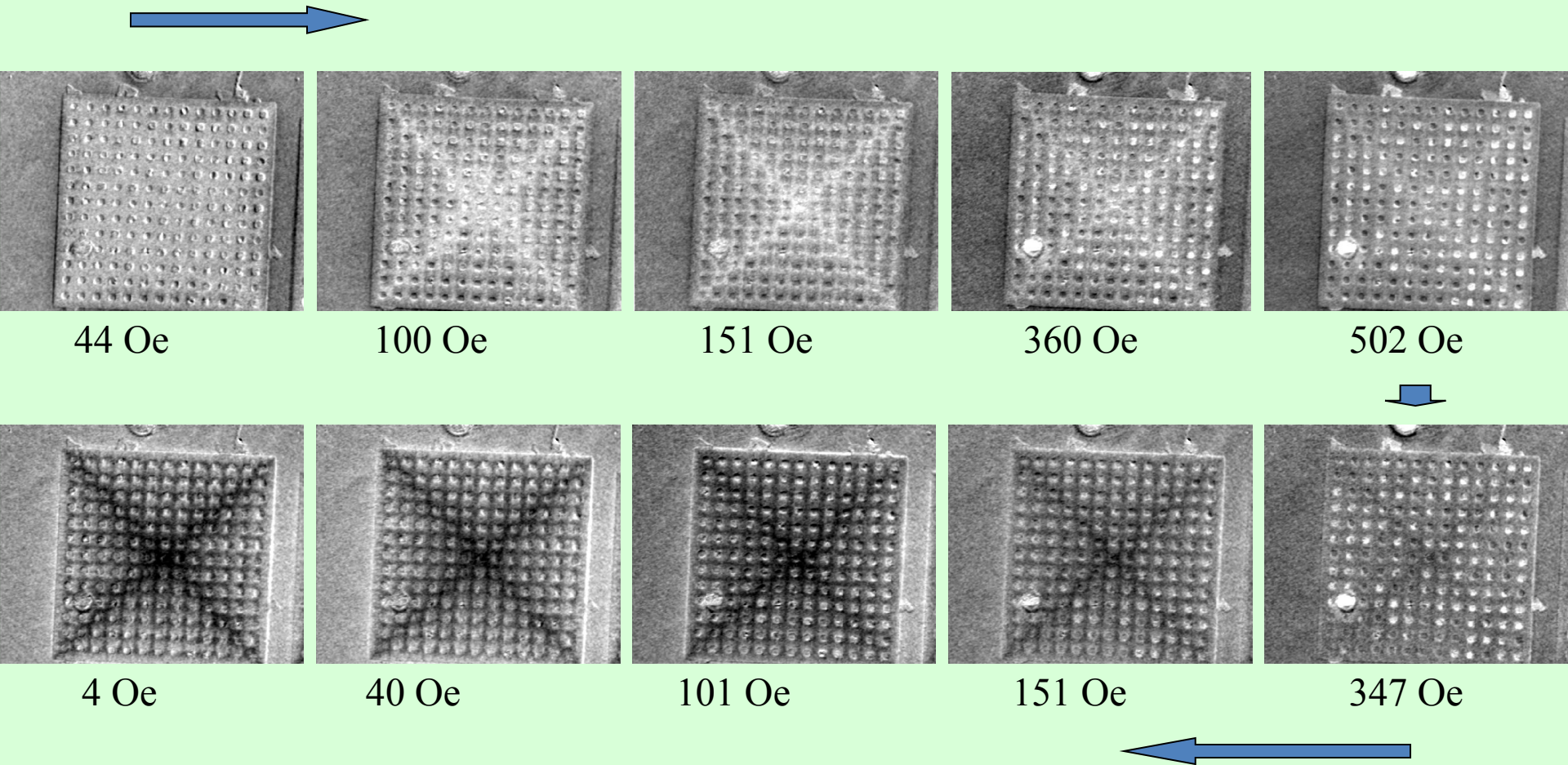
Nb pattern prepared on Bi:YIG

- Substrate $\text{Gd}_3\text{Ga}_5\text{O}_{12}(111)$
- MO indicator film
 $\text{Y}_2\text{BiFe}_5\text{O}_{12}$ (400nm)
by MOD method
- Superconductor
Nb (150nm)
by sputtering method
- Mirror Au
- Pattern size of anti-dots
7, 10, 15 μm □



Optical image

MO images of $10\mu\text{m}$ anti-dots

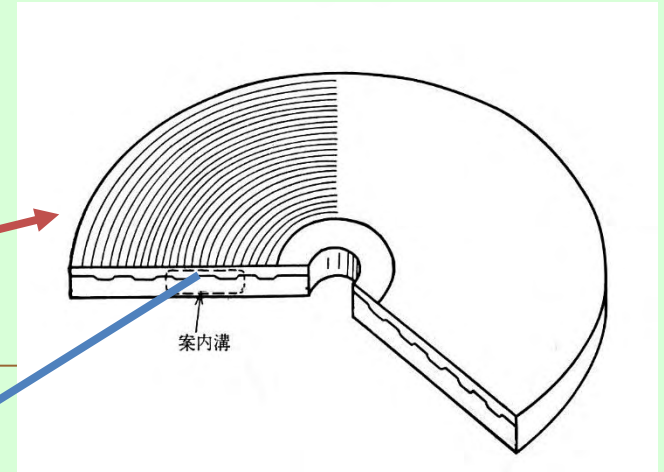


MO images of Nb $10\mu\text{m} \times 10\mu\text{m}$ anti-dots pattern with applying magnetic field. The sample was zero-field cooled down to 3.5K.

光磁気ディスク

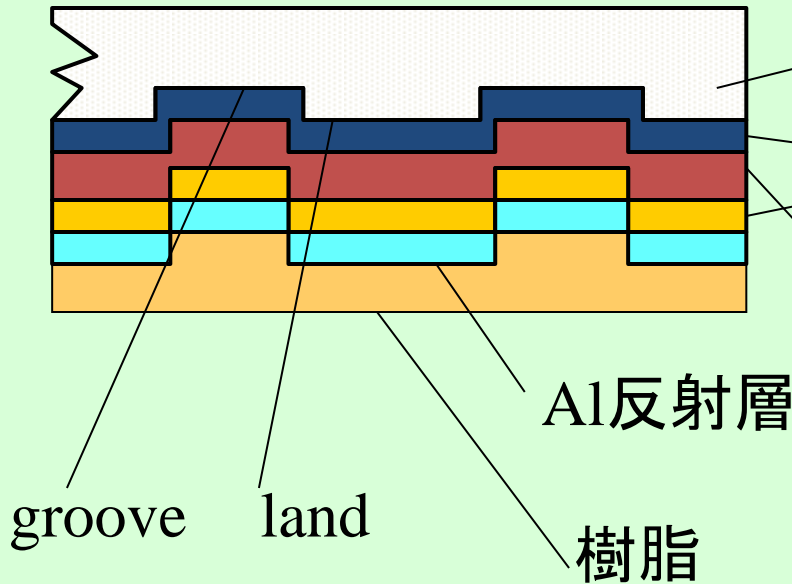
- 記録： 熱磁気(キュリー温度)記録
 - 光を用いてアクセスする磁気記録
- 再生： 磁気光学効果
 - 磁化に応じた偏光の回転を電気信号に変換
- MO, MDに利用
- 互換性が高い
- 書き替え耐性高い: 1000万回以上
- ドライブが複雑(偏光光学系と磁気系が必要)
- MSR, MAMMOS, DWDDなど新現象の有効利用可能

光磁気媒体



案内溝

• MOディスクの構造



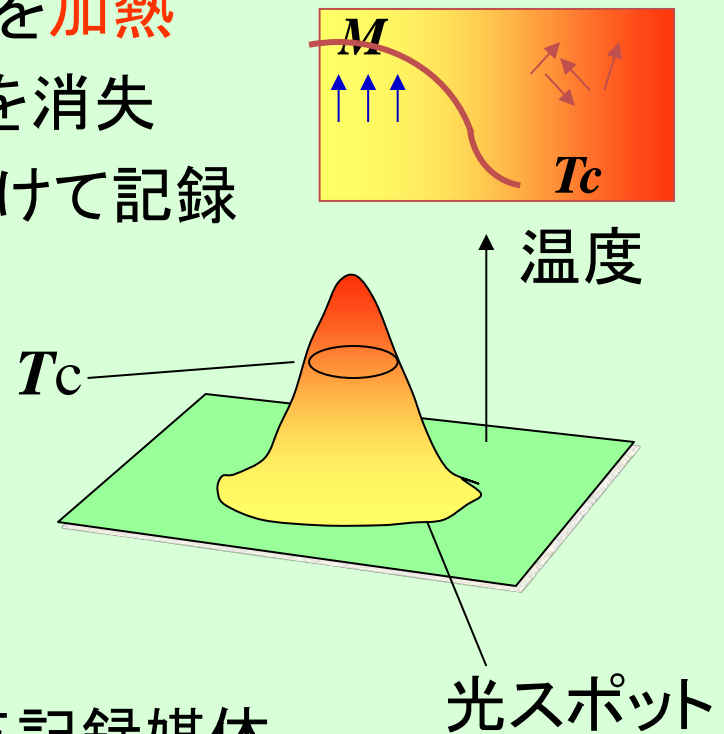
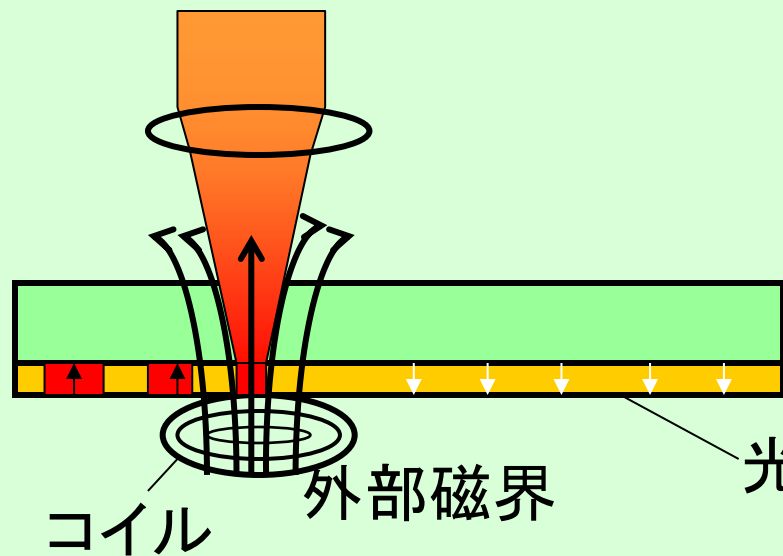
ポリカーボネート基板

窒化珪素保護膜・
(MOエンハンス
メント膜を兼ねる)

MO記録膜
(アモルファスTbFeCo)

光磁気記録 情報の記録(1)

- レーザ光をレンズで集め磁性体を加熱
- キュリー温度以上になると磁化を消失
- 冷却時にコイルからの磁界を受けて記録

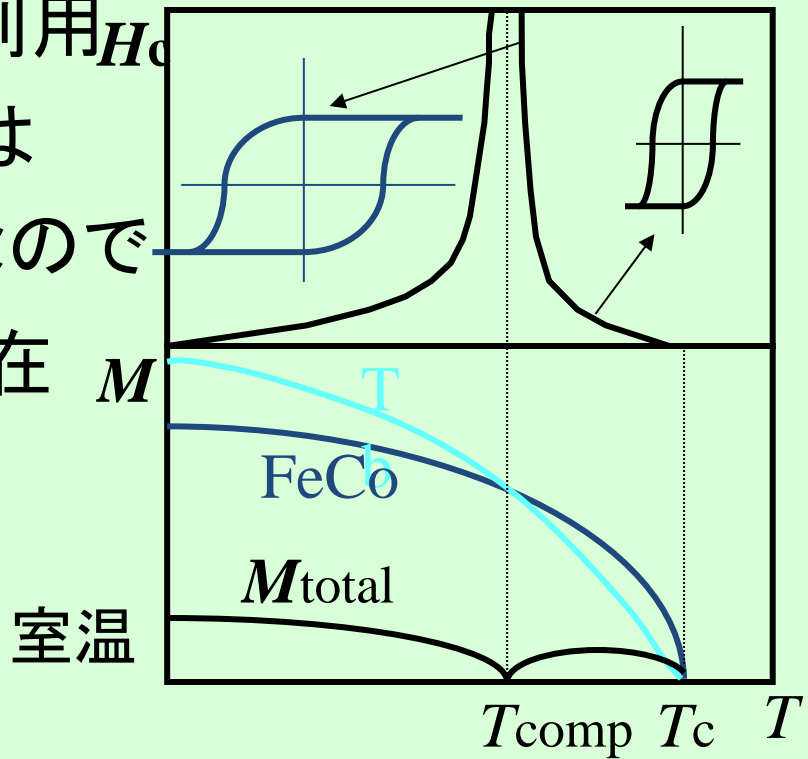
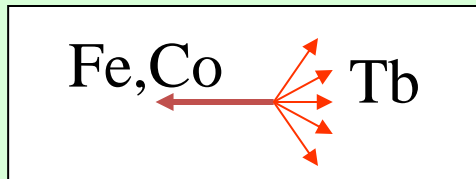


光磁気記録媒体

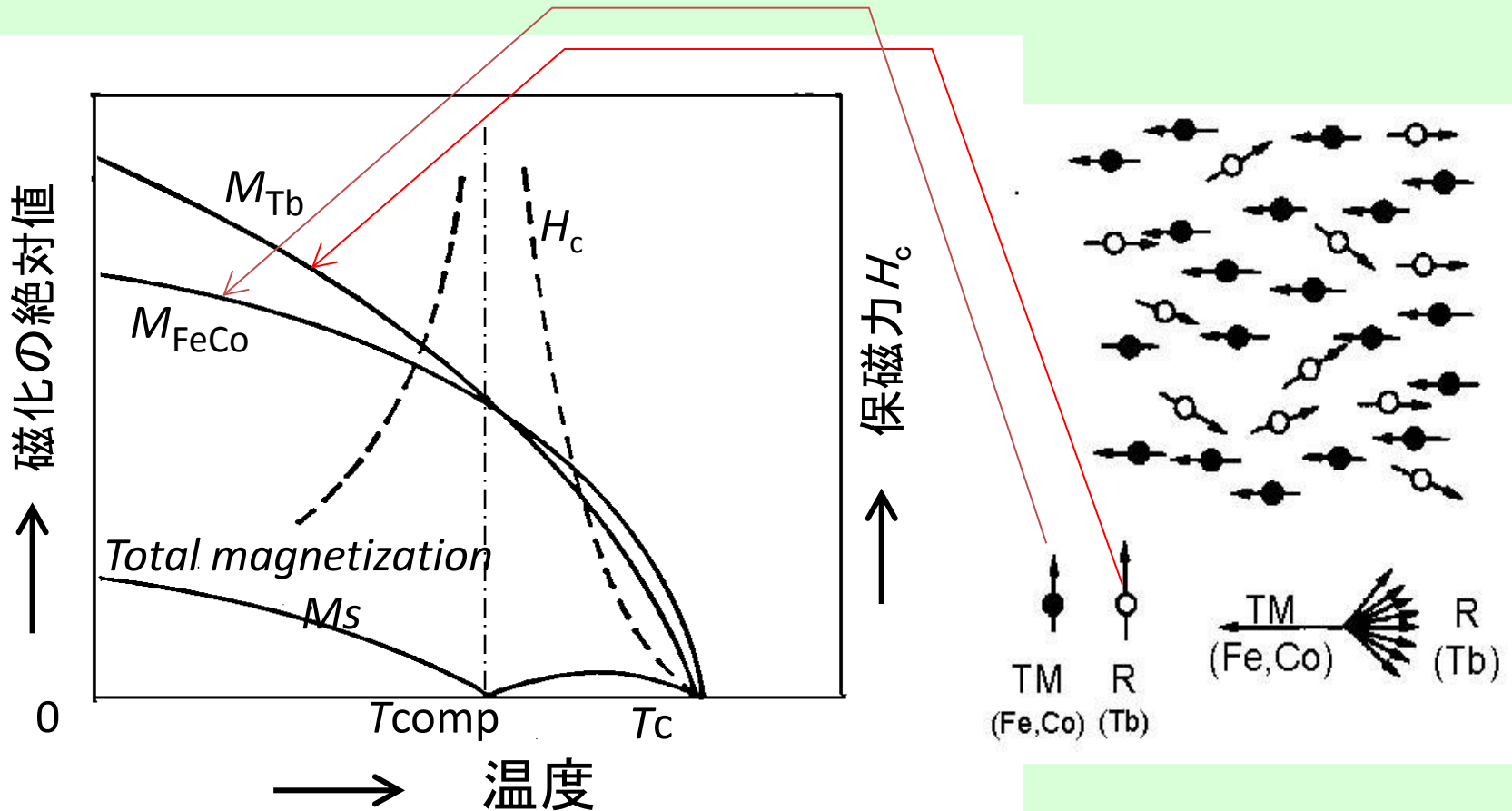
光スポット

光磁気記録 情報の記録(2)

- 補償温度(T_{comp})の利用 H_c
- アモルファスTbFeCoは一種のフェリ磁性体なので補償温度 T_{comp} が存在
- T_{comp} で H_c 最大:
 - 記録磁区安定



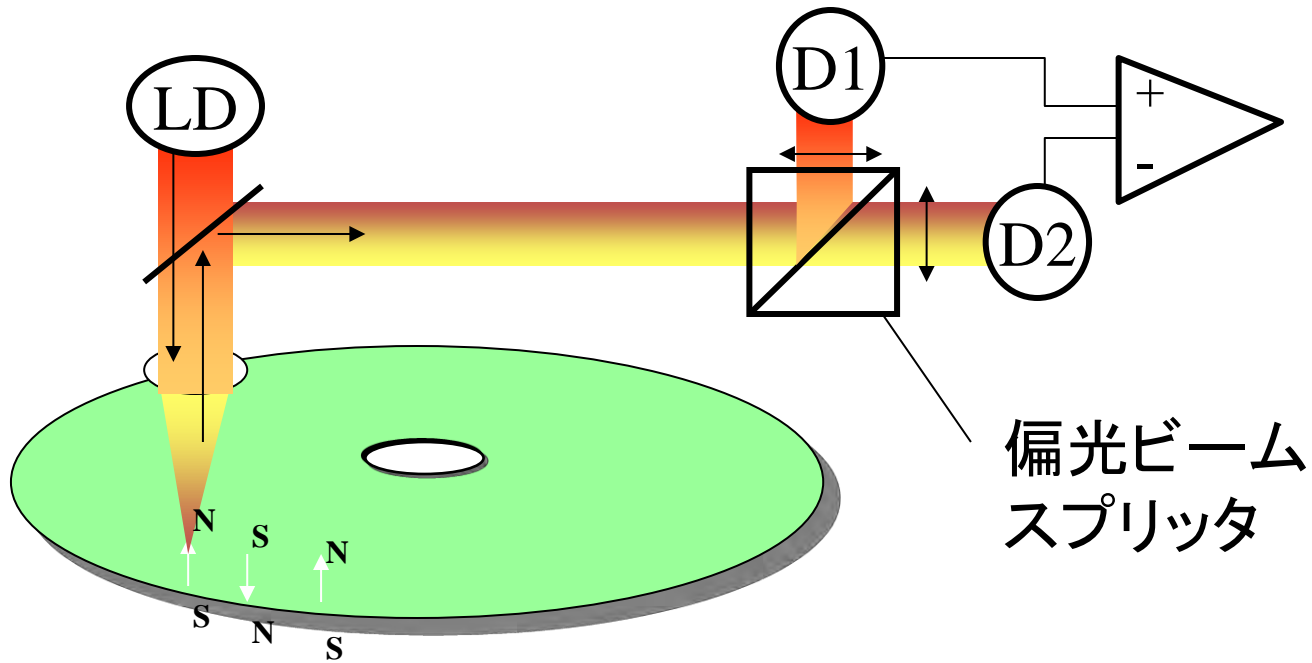
a -TbFeCo MO媒体



TbFeCo系の場合、補償温度が室温付近に来るよう膜組成が制御されているため、図に示すように、室温付近での M_s が小さく、従って、 H_c が大きいので、超常磁性効果に対して有効である。

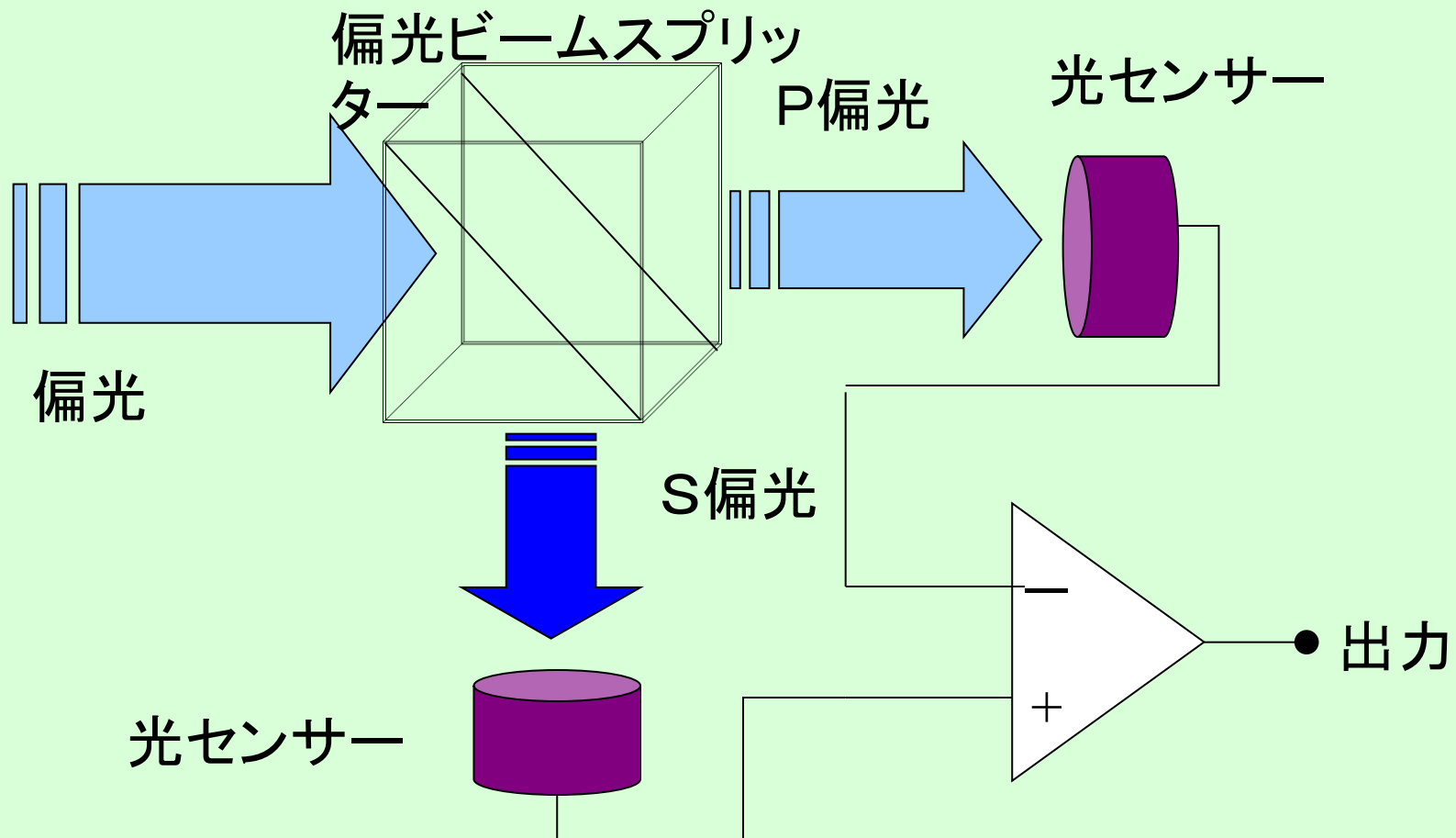
光磁気記録 情報の読み出し

- 磁化に応じた偏光の回転を検出し電気に変換

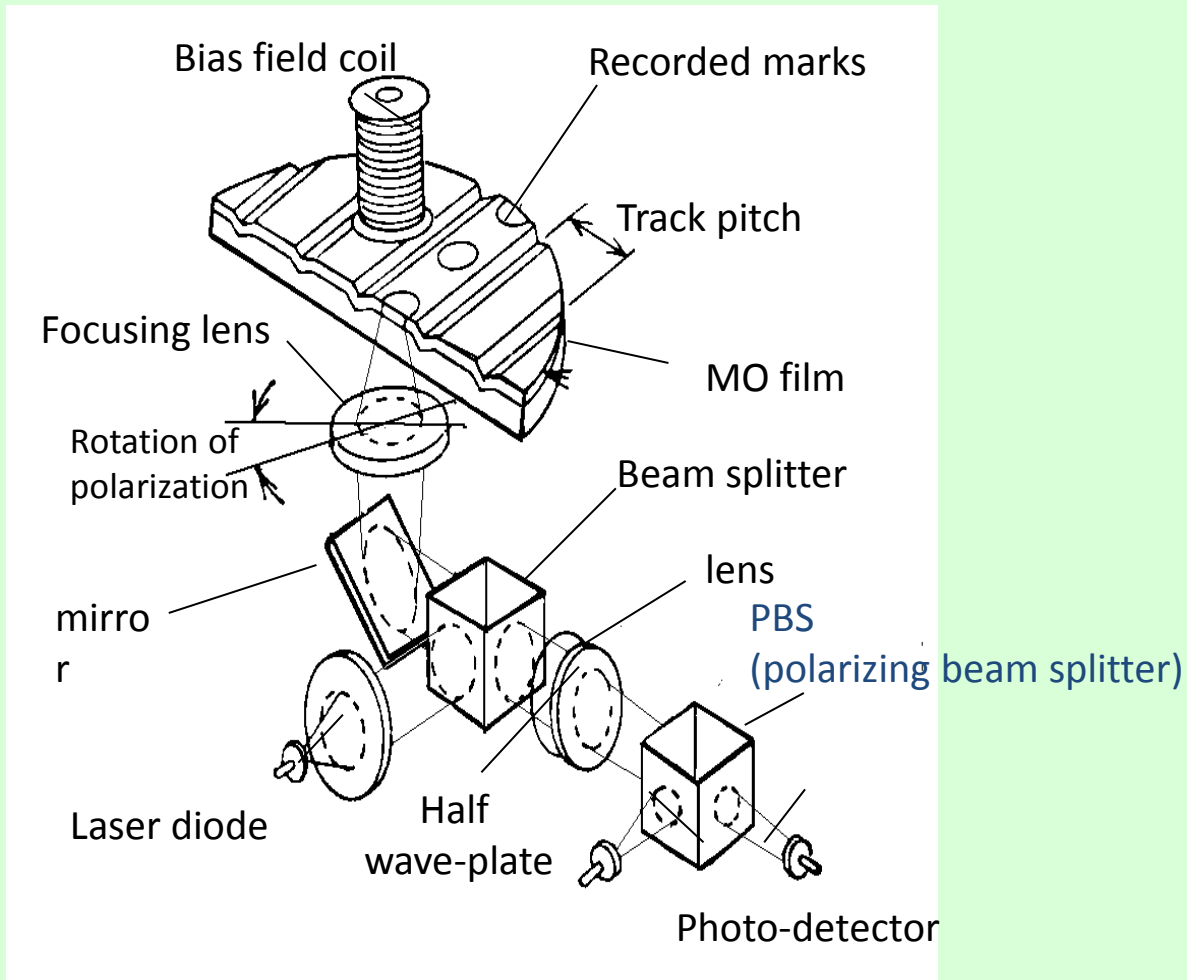


差動検出系

- 差動検出による高感度化



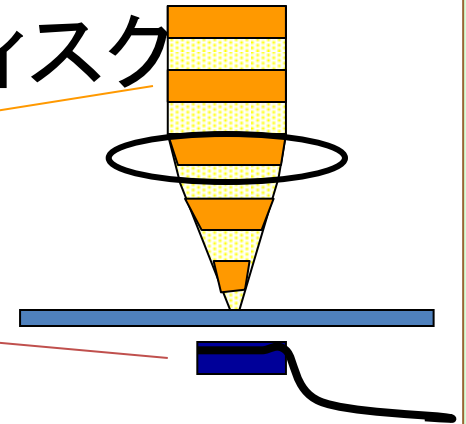
MOドライブの光ヘッド



2種類の記録方式

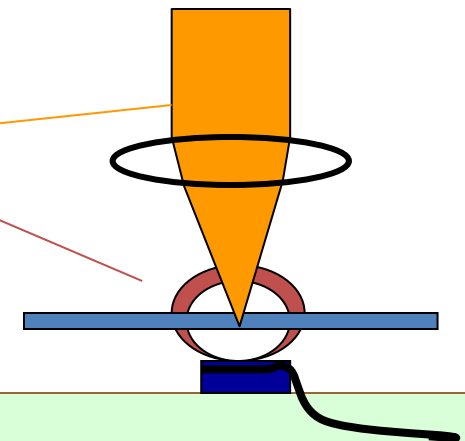
- 光強度変調(LIM): 現行のMOディスク

- 電気信号で光を変調
- 磁界は一定
- ビット形状は長円形

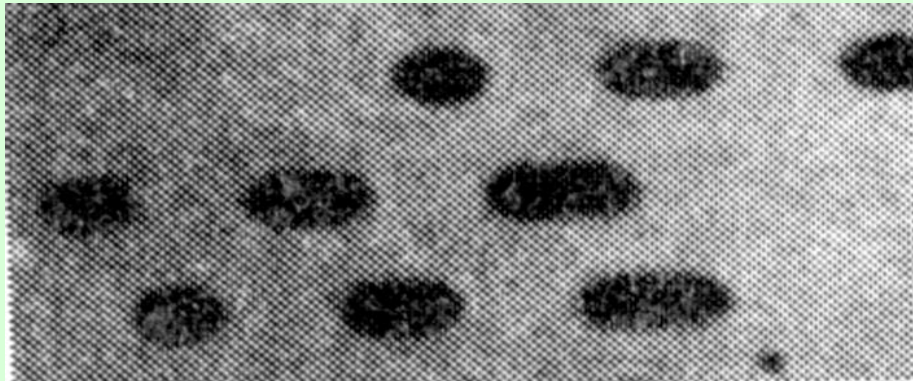


- 磁界変調(MFM): 現行MD, iD-Photo

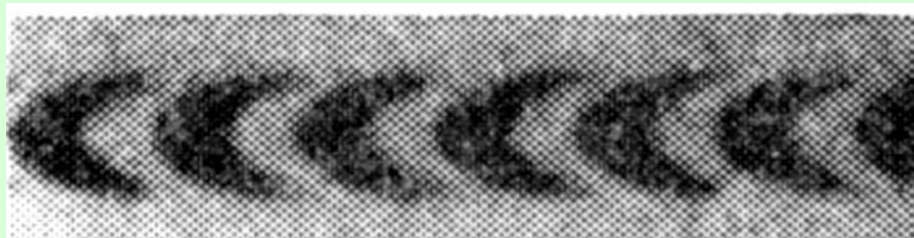
- 電気信号で磁界を変調
- 光強度は一定
- ビット形状は矢羽形



記録ビットの形状



(a)



(b)

磁気誘起超解像技術(MSR)

- 光磁気記録では、磁気誘起超解像(MSR)技術が実用化されており、これを採用したGIGAMOでは、 $\lambda=650$ nm(赤色レーザー)を用いて回折限界を超える直径 $0.3\mu\text{m}$ のマークを読みとっている[1]。直径3.5”のGIGAMOの記録密度は 2.5 Gb/in²程度である。
- 次世代規格であるASMOでは磁界変調記録法を採用することにより $0.235\mu\text{m}$ の小さなマークを記録することが可能で、面記録密度としては約 4.6 Gb/in²程度となる[2]。

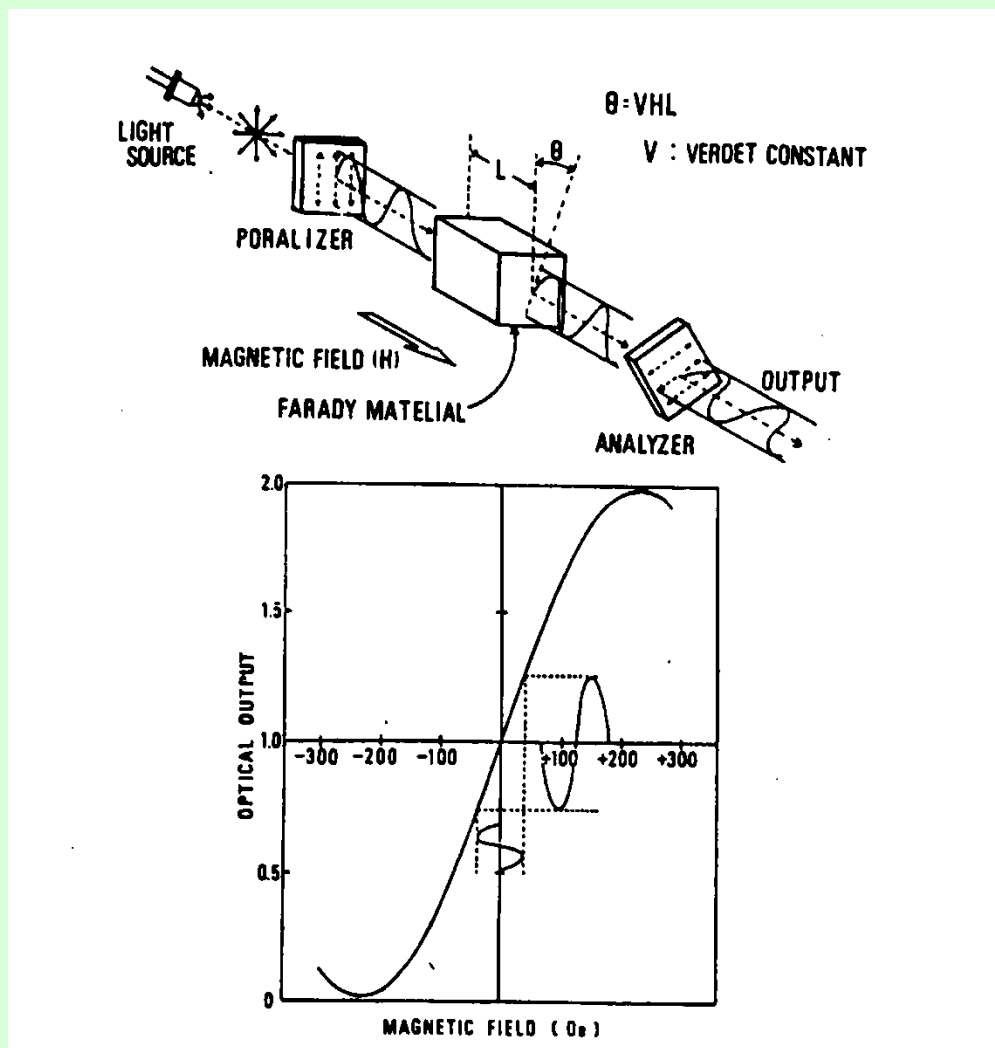
[1] M. Moribe, M. Maeda, H. Nakayama, M. Yoshida, and K. Shono: *Digest ISOM'01, Th-I-01, Taipei, 2001.*

[2] S. Sumi, A. Takahashi and T. Watanabe: *J. Magn. Soc. Jpn. 23, Suppl. S1 (1999) 173*

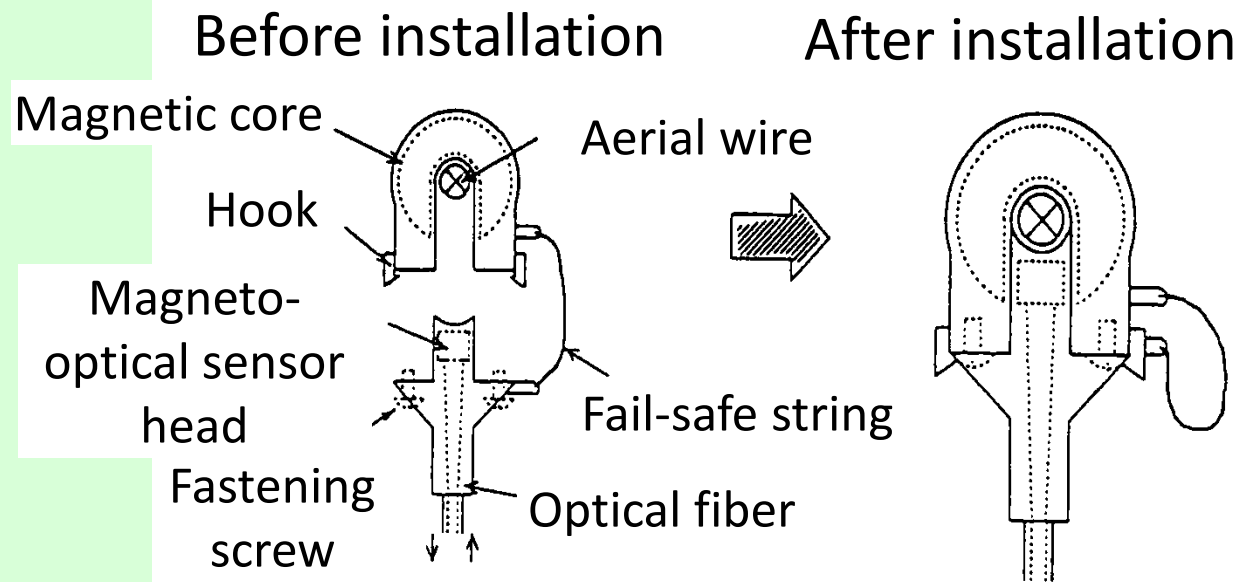
光で磁気を測る

- 電流磁界センサ
 - 高圧送電線を流れる電流を非接触かつ安全に計測
 - 交流電流による交流磁界を受けて光強度が交流的に変調される。
 - 偏光子と検光子とを 45° 傾けることにより、光強度が磁界に対し直線的に変動することをを用いる。

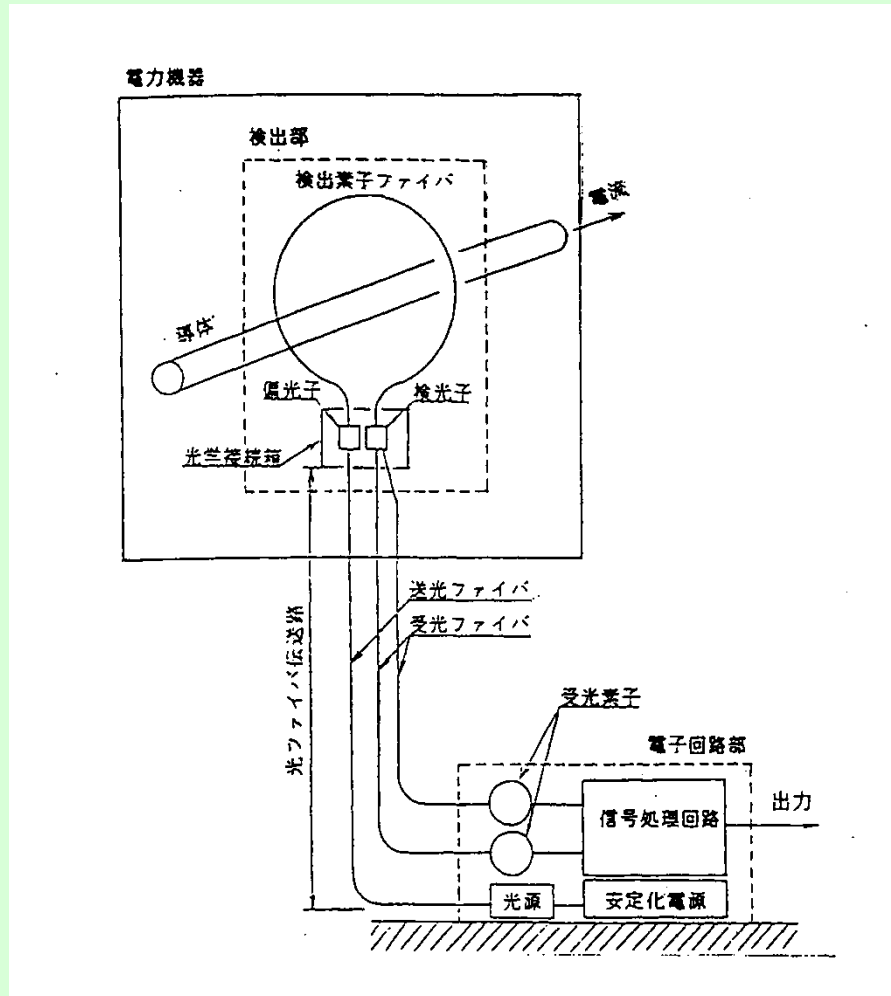
電流磁界センサ



電流センサ



光ファイバ磁界センサ

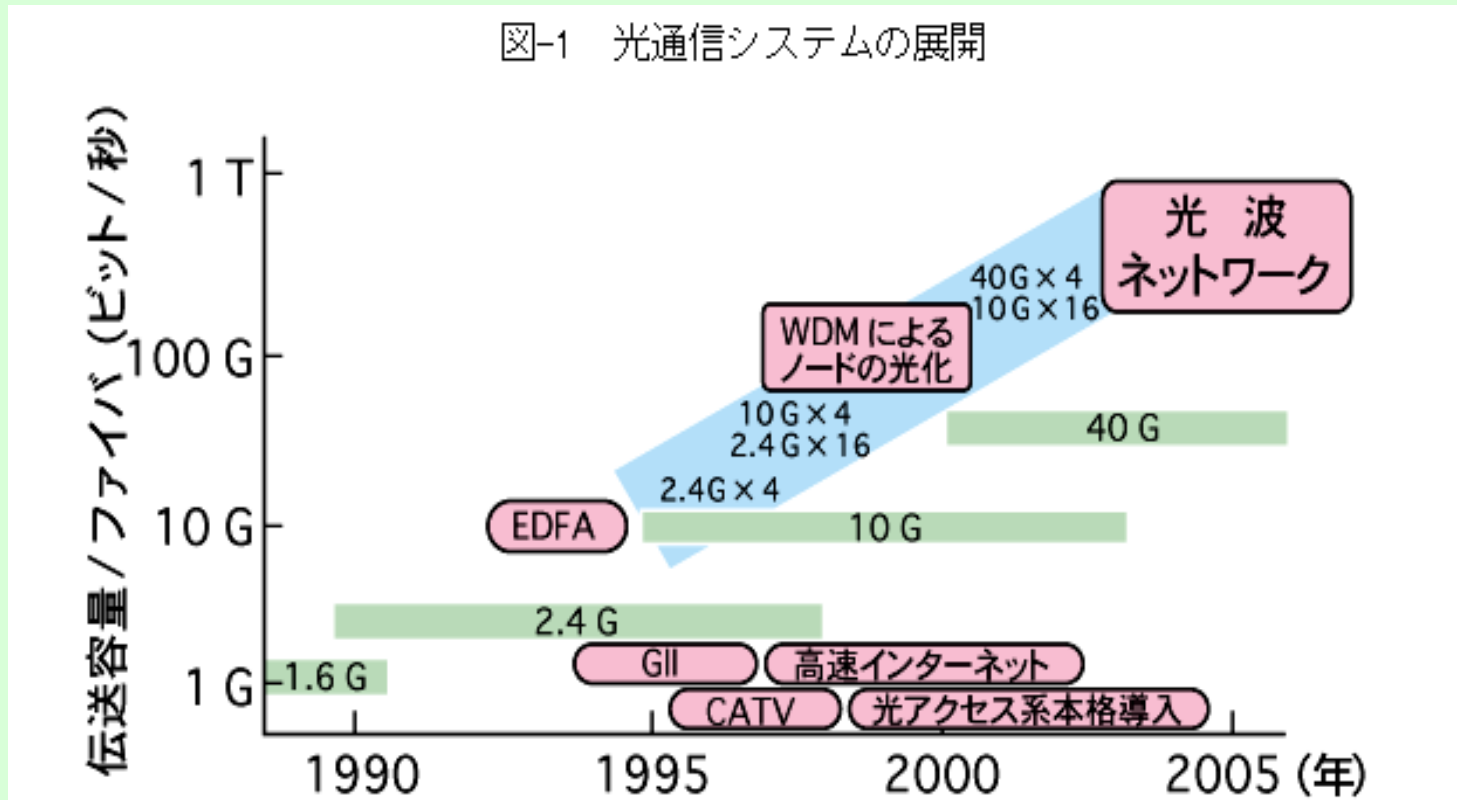


磁気で光を制御する

- 光アイソレータ
- 空間光変調器

光通信デバイスと磁気光学材料

図-1 光通信システムの展開



光通信における 磁気光学デバイスの位置づけ

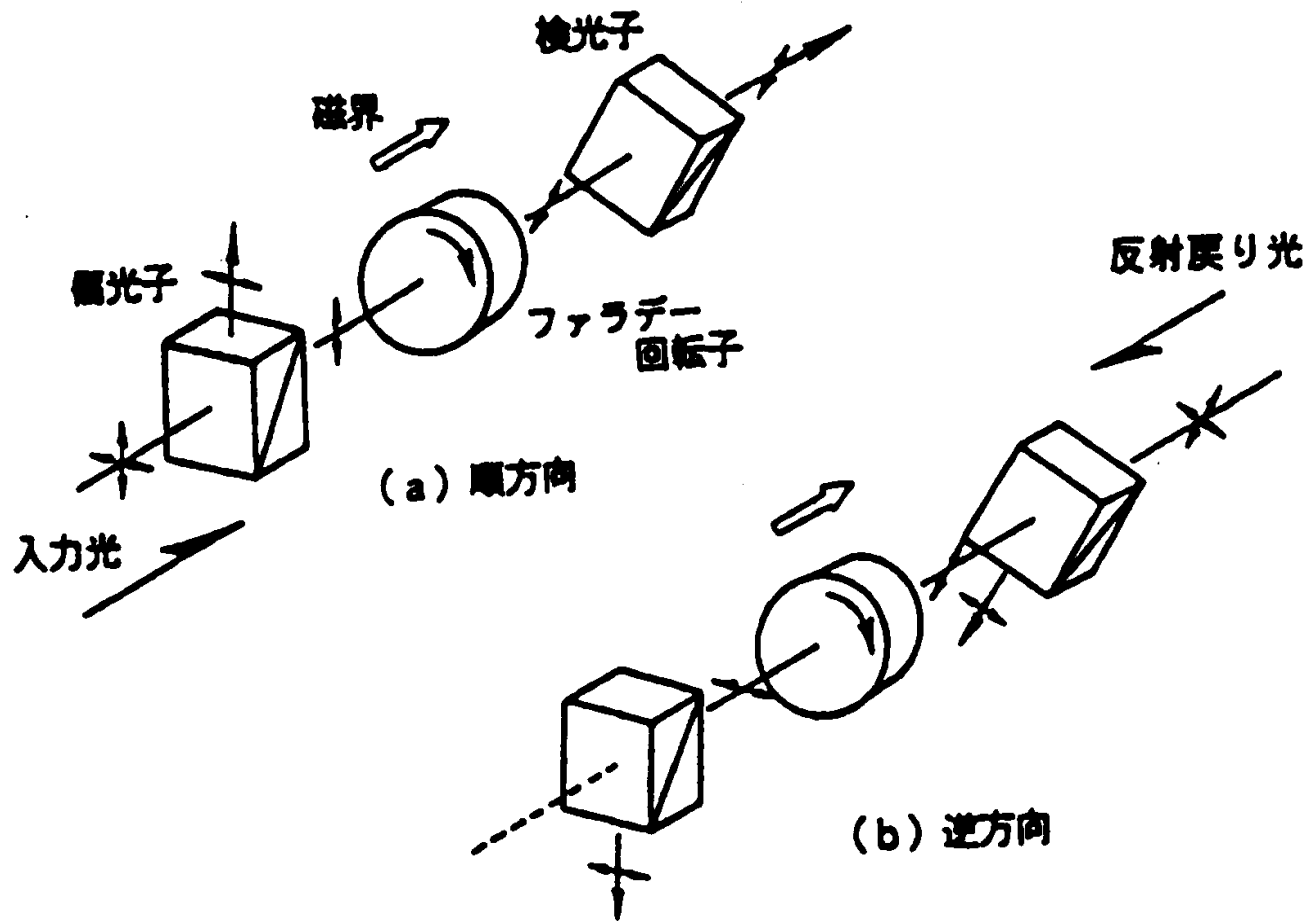
- 戻り光は、LDの発振を不安定にしノイズ発生の原因になる→アイソレータで戻り光を阻止。
- WDMの光アドドロップ多重(OADM)においてファイバグレーティングと光サーキュレータを用いて特定波長を選択
- EDFAの前後にアイソレータを配置して動作を安定化。ポンプ用レーザについても戻り光を阻止
- 光アッテネータ、光スイッチ

光通信用アイソレータ

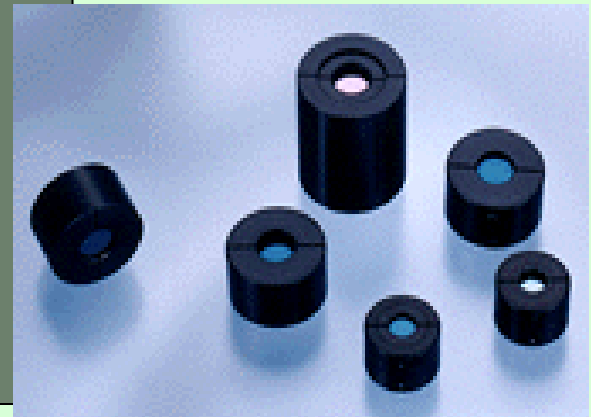
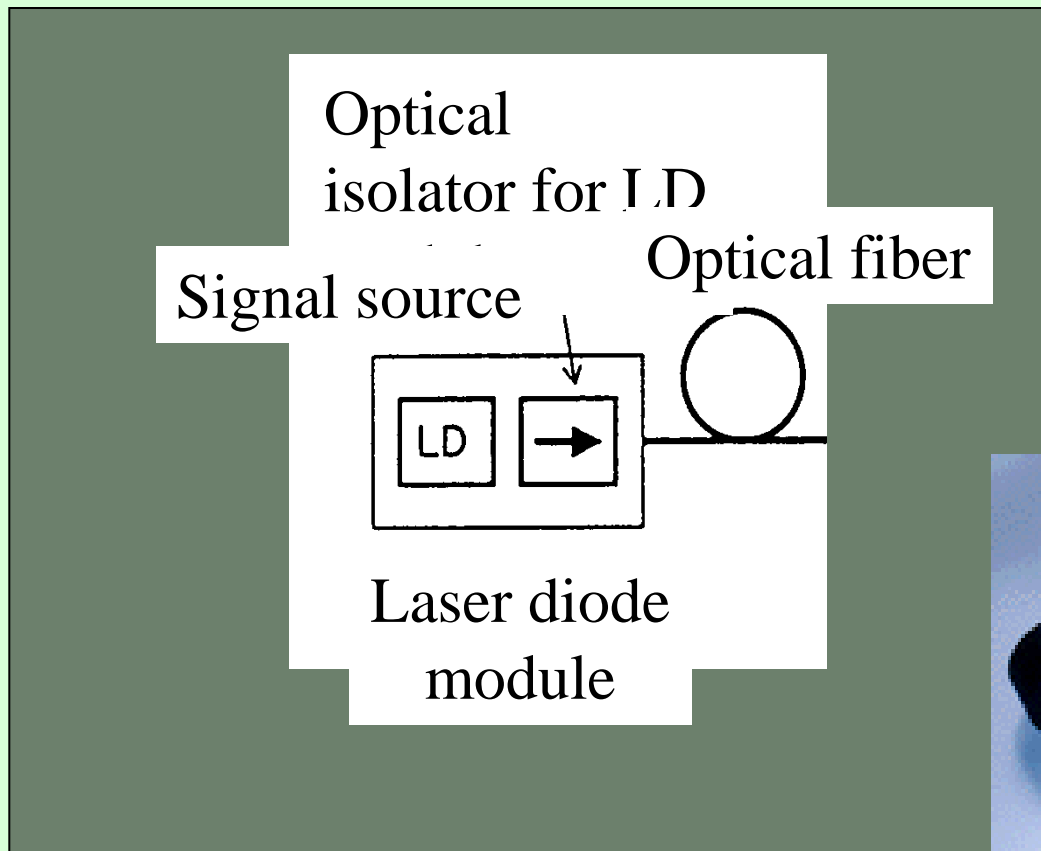
- 戻り光が半導体レーザーに入射して不安定化することを避けるために、磁気光学効果を用いて光を一方通行にするデバイス



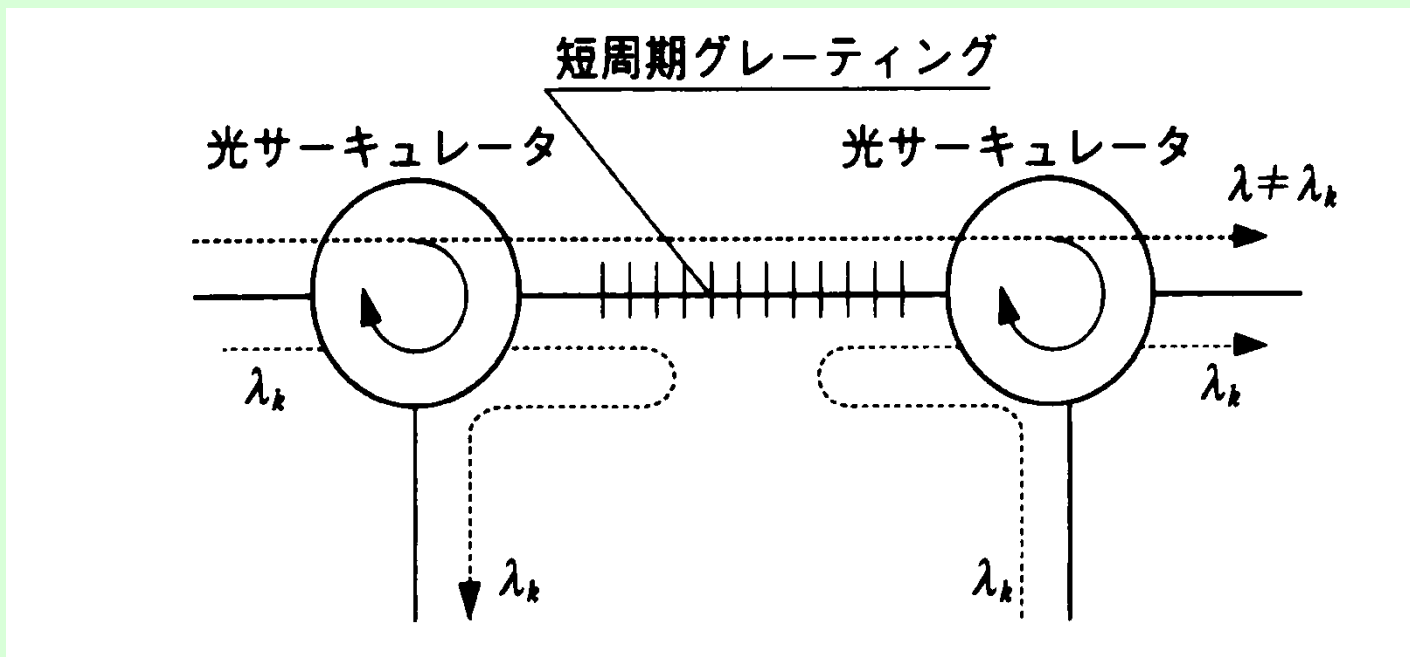
偏光依存アイソレータ



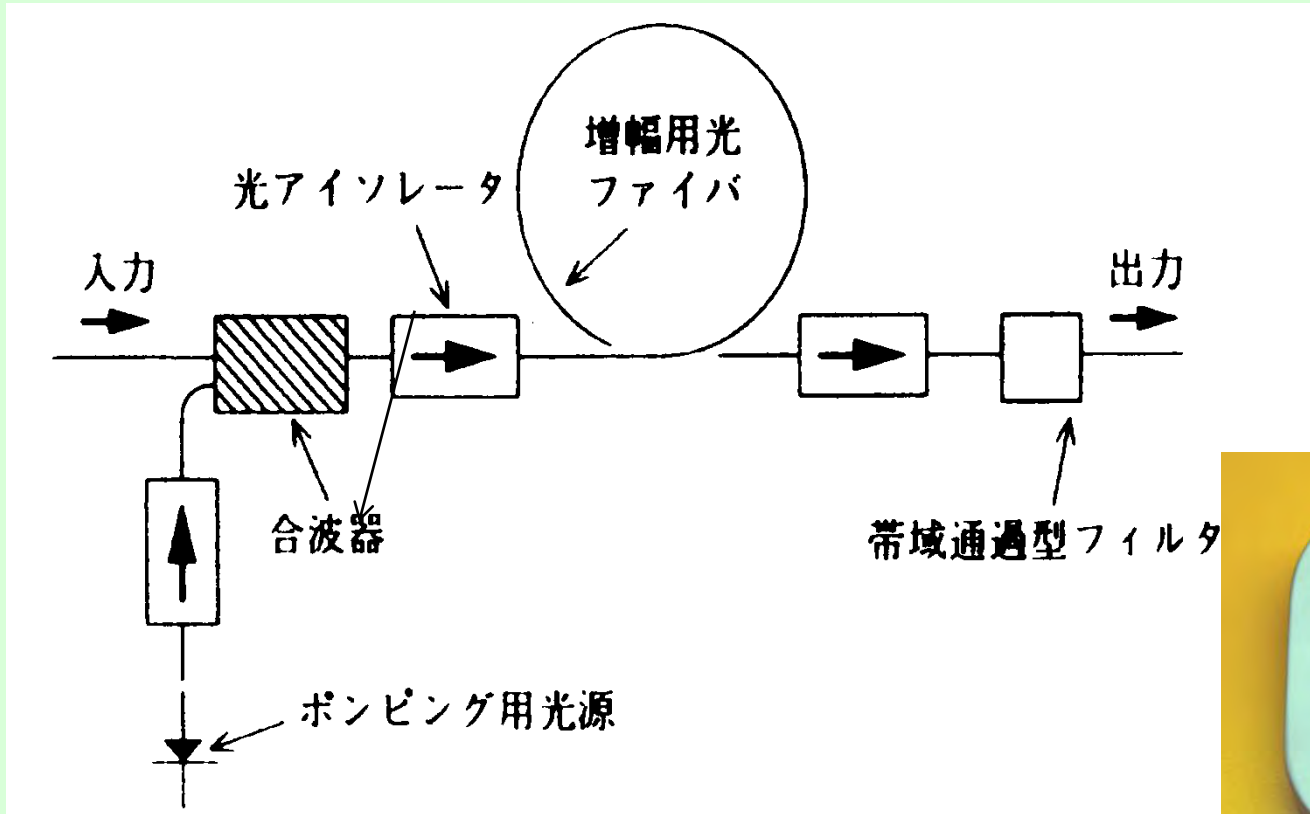
半導体レーザモジュール用アイソレータ



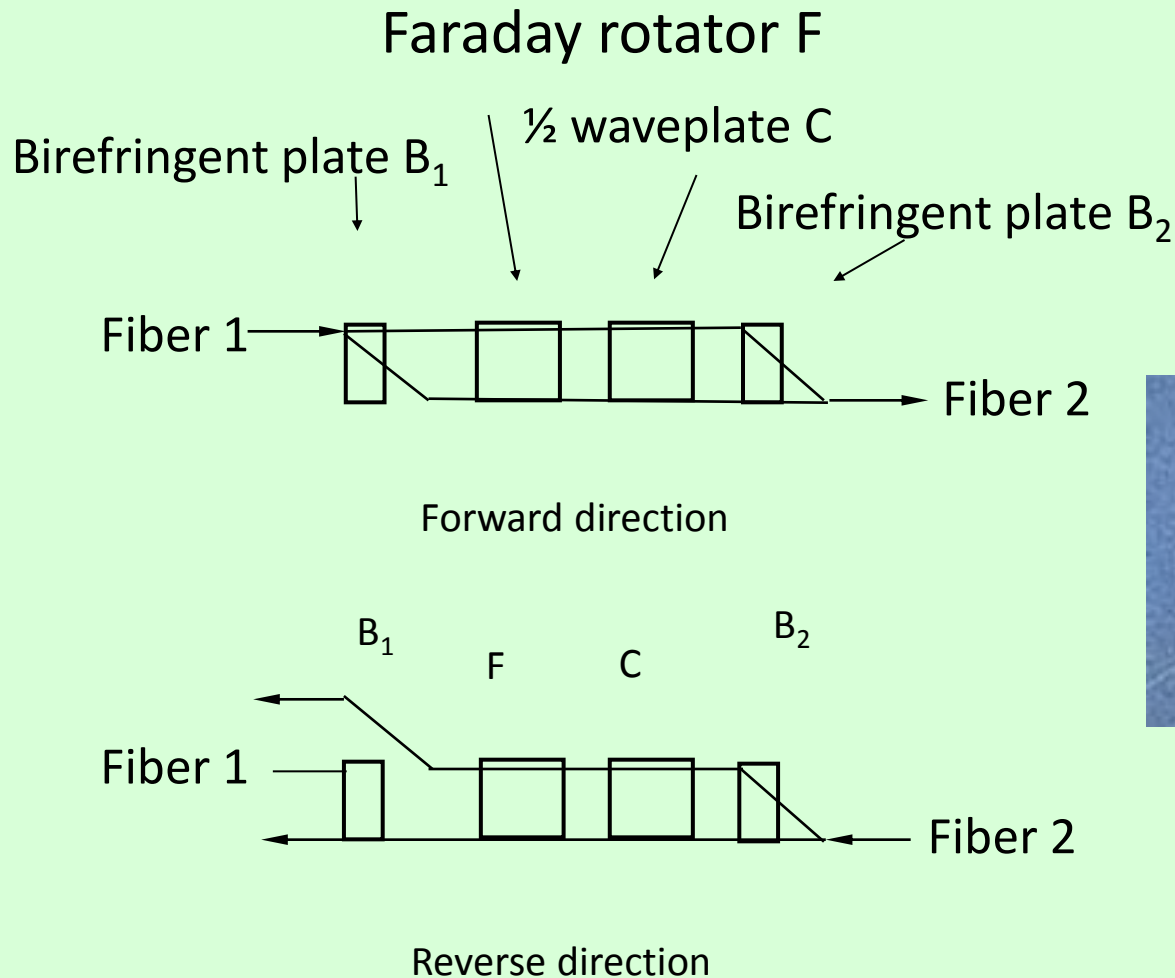
光アドドロップとサーキュレータ



光ファイバ増幅器とアイソレータ



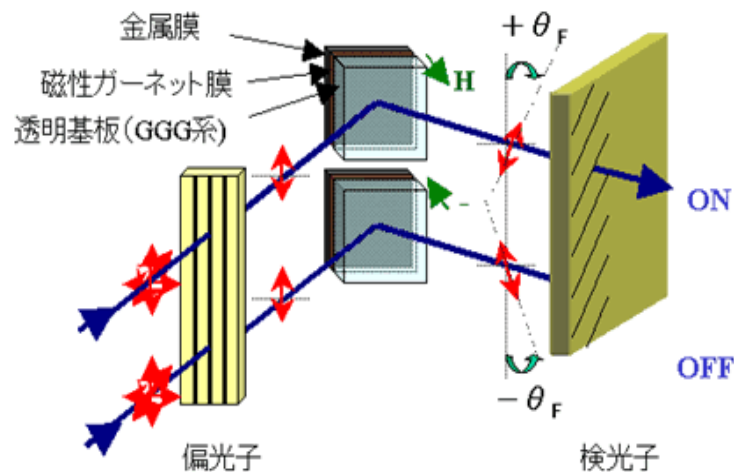
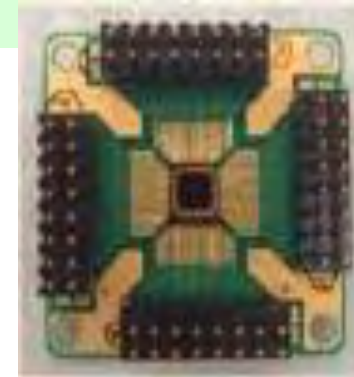
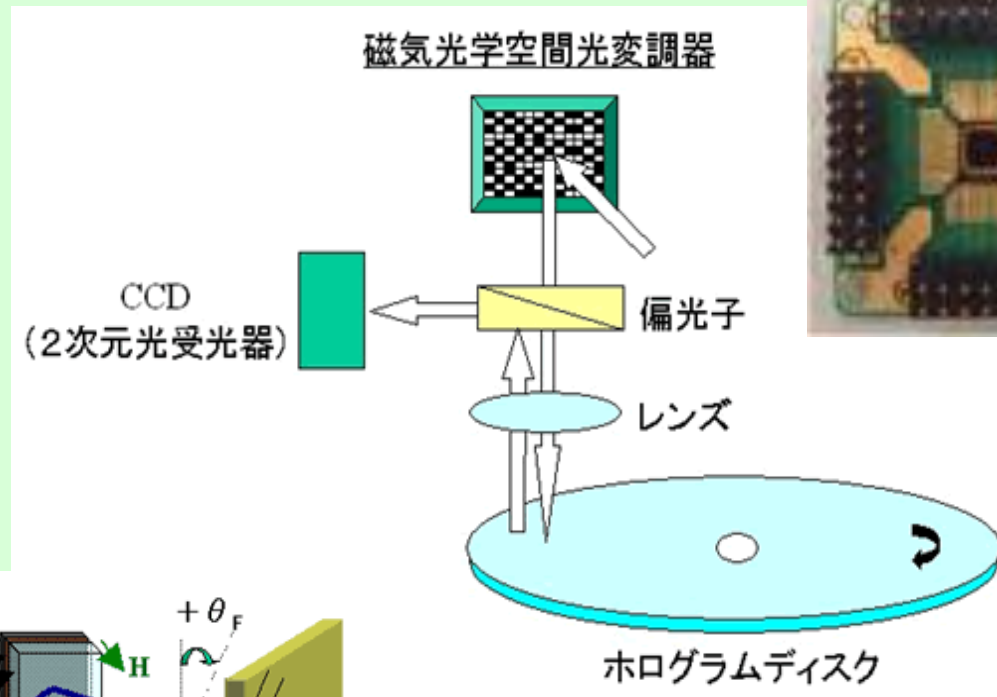
偏光無依存アイソレータ



空間磁気光学変調器(MOSLM)

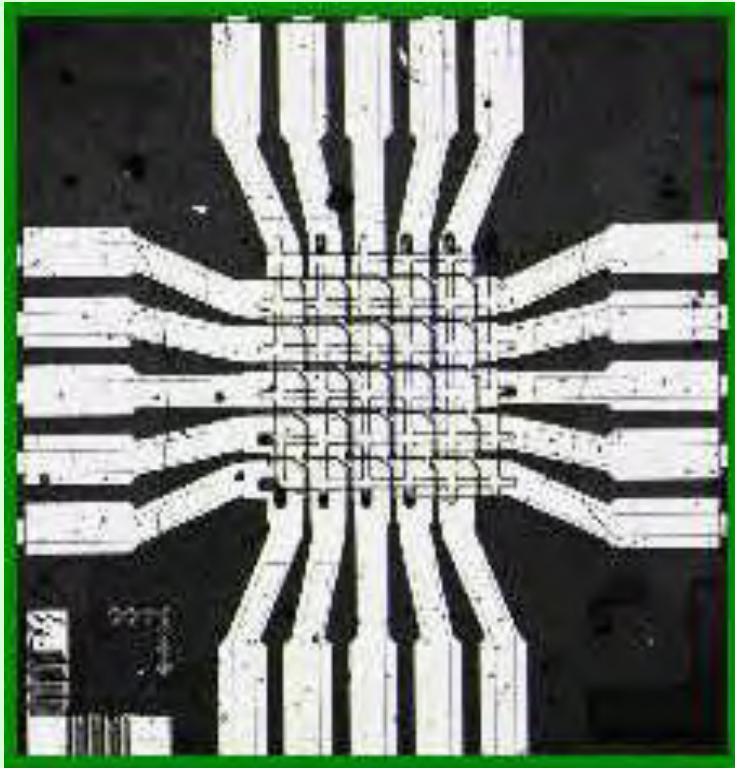
- 光画像処理に用いられるSLM (spatial light modulator)として通常液晶が用いられるが、応答速度が速いSLMが求められていました。
- 磁気光学効果を用いると高速応答が期待できます。
- 豊橋技科大の井上らは、MOSLMを開発しました。磁界の印加のためにWord線とBit線に電流を流し、合成磁界で磁化を反転するのです。

磁気光学空間光変調器



MOSLMの例

- 豊橋技科大井上研のHPより



5. 磁気光学の応用まとめ

- 磁気光学効果を使って光で磁気を見るまたは測ることができます。
- MOディスク、MDは磁気光学効果を用いてデータを読み出します。
- 磁気光学効果を使って光を一方通行にしたり、光の強度を変調したりすることができます。

6. 磁気共鳴の基礎と応用

磁気共鳴入門

- 磁界中におかれた磁気モーメントは歳差運動をしますが、ここに電波をあてたとき、電波の周波数と歳差運動が共鳴すると電波を吸収します。これを磁気共鳴とよびます。
- 磁気共鳴には、核スピンの主役になる核磁気共鳴(NMR)、常磁性体中の電子スピンの主役になる電子常磁性共鳴(EPR)、強磁性の磁気モーメントが主役になる強磁性共鳴(FMR)などがよく知られています。
- ここでは、化学分析や病気の診断に欠かせないNMRを中心に磁気共鳴のまちを探索しましょう。

磁界中に置かれた磁気モーメントの歳差運動

- 磁気モーメント M が磁界 H_0 の中に置かれるとラーモアの定理により、歳差運動(コマにたとえると味噌すり運動)が起きます。磁気モーメント M と磁界 H_0 に垂直な方向に磁気モーメントを変化させるトルク dM/dt が働くからです。運動方程式は

$$dM/dt = \gamma [M \times H_0] \quad (6.1)$$

$H_0 // z$ とすると、 M の各成分の式は、

$$dM_x/dt = \gamma M_y H_0, \quad dM_y/dt = -\gamma M_x H_0, \quad dM_z/dt = 0 \quad (6.2)$$

- この式の解は、 M の傾きを α 、 $\omega = -\gamma H_0$ として

$$M_x = M_0 \sin \alpha \cos(\omega t),$$

$$M_y = M_0 \sin \alpha \sin(\omega t), \quad (6.3)$$

$$M_z = M_0 \cos \alpha$$

y, z 方向の単位ベクトルを i, j, k として、 M は

$$M = M_0 [\sin \alpha (\cos \omega t i + \sin \omega t j) + \cos \alpha k] \quad (6.4)$$

となり、図6.1のように固有角振動数 ω をもって歳差運動をします。

核スピンの γ は正なので(a)に示すように時計回り、電子スピンの γ は負なので(b)に示すように反時計回りです。

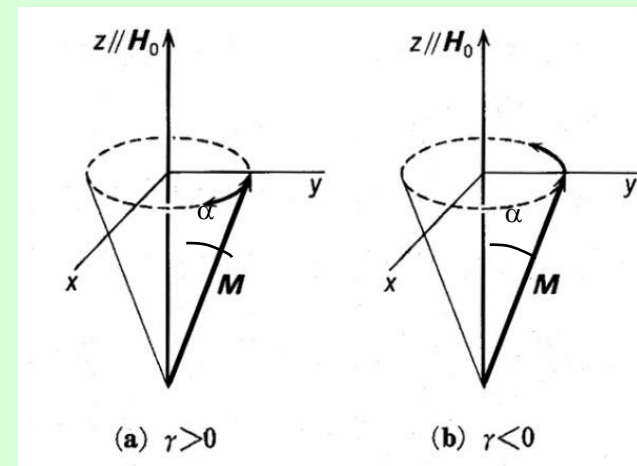


図6.1 スピンの歳差運動

Q&A 磁気回転比 γ の大きさと符号は何によって決まるのですか

- γ は磁気モーメントとスピン角運動量の比を表します。
- 磁気モーメントは電子の場合はボーア磁子 μ_B 、核の場合核磁子 μ_N に g 値をかけたものですから、オーダー的には電荷/(質量 \times 光速)で決まります。原子核の質量は電子の質量より3桁も大きいので、核スピンの γ は電子スピンの γ より3桁小さい値をもちます。電子の磁気回転比は γ_e と書かれ $\gamma_e/2\pi=2.8025 \times 10^{10}$ [Hz/T]ですが、陽子の磁気回転比 γ_p は、 $\gamma_p/2\pi=4.2578 \times 10^7$ [Hz/T]となり、3桁小さい値です。

磁気モーメントの過渡応答

— 縦緩和時間 —

- 運動方程式(6.1)において、平衡状態において左辺は、 $d\mathbf{M}/dt=0$ 、従って

$$M_x=0, M_y=0, M_z=M_0=\chi H_0 \quad (6.5)$$

となります。

- M_z が熱平衡状態にないとき、 M_z は、平衡状態 $M_z=M_0$ からの差に比例して平衡状態近づくので、過渡応答を表すには式(6.1)に

$$dM_z/dt=(M_0-M_z)/T_1 \quad (6.6)$$

という項を付け加えなければなりません。 T_1 は磁気モーメントの縦成分が平衡状態に向かって変化する様子を表すので**縦緩和時間**と呼ばれます。

磁気モーメントの過渡応答

—横緩和時間—

- 式(6.6)の解は

$$M_z = M_0 \{1 - \exp(-t/T_1)\} \quad (6.7)$$

となります。

- 磁界のもとで歳差運動している磁気モーメントは、式(6.3)に示したように x , y 方向の成分(横成分)を持ちますが、これらの成分は、平衡状態では式(6.5)に示したようにゼロとなります。この過渡応答を表すには、

$$dM_x/dt = -M_x/T_2, \quad dM_y/dt = -M_y/T_2 \quad (6.8)$$

という項を式(2)に付け加えなければなりません。 T_2 は磁気モーメントの横成分の平衡に向けた変化を表すので**横緩和時間**と呼ばれます。

横緩和時間の意味すること

- T_2 は M_x および M_y に寄与する個々の磁気モーメントの位相がそろっている時間のおよその目安となっています。この時間を過ぎるとスピンの歳差運動の位相がばらばらとなり、時間と共に M_x および M_y がゼロに近づきます。このため、 T_2 は位相緩和時間とも呼ばれます。

横緩和を考慮した 磁気モーメントの運動方程式

- 式(6.8)を考慮すると、式(6.2)は、

$$dM_x/dt = \gamma M_y H_0 - M_x/T_2, \quad dM_y/dt = -\gamma M_x H_0 - M_y/T_2 \quad (6.9)$$

となるので、式(6.3)は

$$M_x = M_0 \sin \alpha \exp(-t/T') \cos(\omega t), \quad M_y = M_0 \sin \alpha \exp(-t/T') \sin(\omega t)$$

という形で減衰振動します。代入して T' を求めると

$$\cos(\omega t)(1/T_2 - 1/T') - \sin(\omega t)(\omega - \gamma H_0) = 0$$

となり、自由歳差運動においては $T' = T_2$, $\omega = \gamma H_0$ となることが分かりました。

- 電波中におかれるとスピン系は $\omega = \gamma H_0$ 付近の角振動数で電波を共鳴吸収します。吸収線の半値幅は、横緩和時間の逆数すなわち $1/T_2$ で与えられます。

NMRスペクトルで化学種を同定する

- 核スピンの共鳴周波数は、表6.1に示すように核種によって異なった値をとります。

表6.1 代表的な核磁気共鳴を示す安定同位体

同位体	天然存在比(%)	スピン ($h/2\pi$)	磁気回転比 γ ($10^7 \text{ radT}^{-1}\text{s}^{-1}$)	共鳴周波数(MHz)	相対強度*
				(磁場強度2.348T)	
^1H	99.98	1/2	26.7519	100	1
^2H	0.016	1	4.1066	15.35	0.01
^{13}C	1.108	1/2	6.7283	25.19	0.016
^{14}N	99.63	1	1.9338	7.22	0.001
^{15}N	0.37	1/2	-2.712	10.13	0.001
^{17}O	0.037	5/2	-3.6279	13.56	0.03
^{19}F	100	1/2	25.181	94.08	0.83
^{29}Si	4.67	1/2	-5.3188	19.86	0.08
^{31}P	100	1/2	10.841	40.48	0.07

図4.40 さまざまな化学種の化学シフト(TMSを基準として、ずれの割合をppm単位で表示)

* 一定磁場中の同数の核に対する感度

環境で変わる共鳴周波数

- 同じ核種¹³Cにおいても、図6.2に示すように置かれた環境に応じて共鳴周波数が異なります。これは化学シフトと呼ばれ、シフト量から化合物に含まれる官能基の種類を推定することができます。
- 化学シフトを表すのに、周波数を用いると外部磁界の強さによって数値が異なるので、通常テトラメチルシラン(TMS) $\text{Si}(\text{CH}_3)_4$ の共鳴位置を基準にして、それからのずれを周波数で割算してppm 単位にして表します。

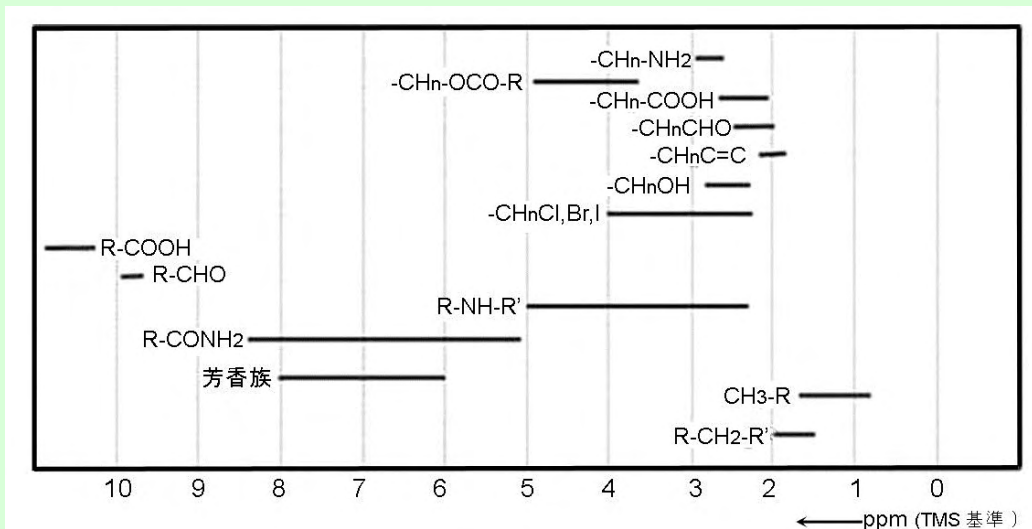


図6.2 さまざまな化学種の化学シフト (TMSを基準として、ずれの割合をppm単位で表示)

NMR分光装置

- 以前のNMR分光装置では、試料を磁界中に入れ核スピンの向きを揃えた分子（核スピンはゼーマン分裂を受けている）に電波の周波数を掃引しながら順次共鳴を観測していましたから、測定に時間がかかりました。
- いまでは、磁界の中に試料を置き、パルス状の電波を照射し、核磁気共鳴させた後、分子がもとの安定状態に戻る際に発生する**エコー信号**を検知して、分子構造などを解析しています。

パルスフーリエ変換法のメリット

- パルス状の電波を照射することによって広い周波数帯域を一度に励起します。検出された信号には、個々の共鳴線に対応する周波数成分が含まれていますから、これをフーリエ変換することで一気にNMRスペクトルが得られるのです。
- パルスフーリエ変換法は、NMRスペクトルの測定時間を短縮し、信号のSN比を大幅に改善しただけでなく、周波数・位相・タイミングなど高周波パルスの操作によって、縦・横緩和時間などの情報も得ることも可能にし、NMRの有用性を高めました。

エコーとは何でしょうか

- 正確にはスピン・エコーと言って、2つのパルス電磁波を時間間隔 T で加えると、時間がさらに T だけ経ったときに信号が戻ってくる現象のことです。

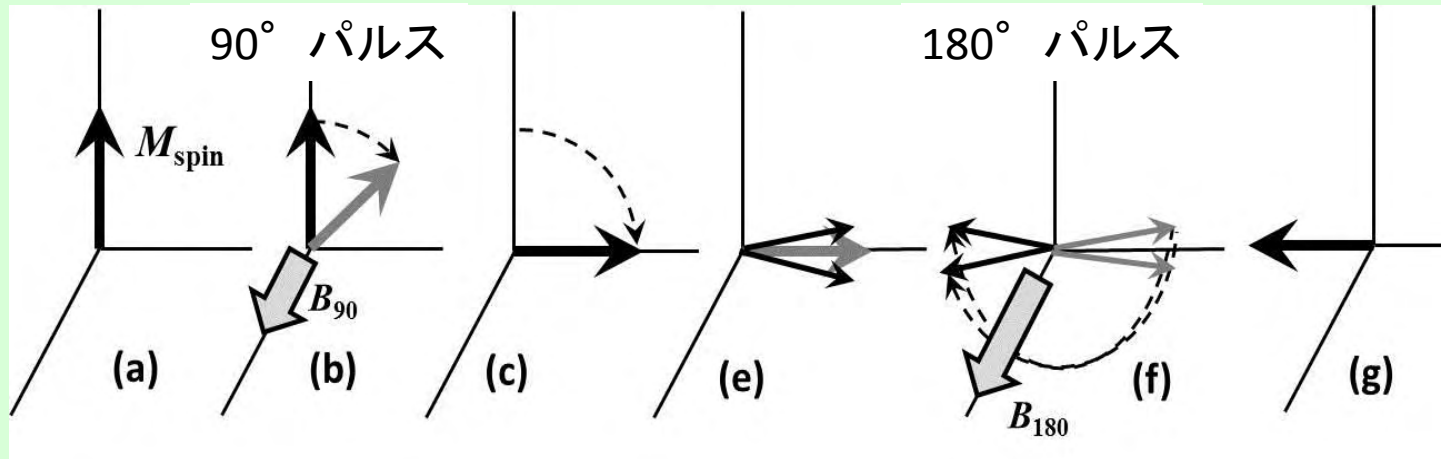


図6.3 スピン・エコーの原理を説明する図

医療診断になくてはならないMRI装置

- 生体を構成する分子の60～70%は水、20～30%は脂質ですが、水分子や脂質分子にはH⁺イオンすなわち陽子(プロトン)が含まれます。
- 陽子は核スピン=1/2をもっているなので、磁界中で核磁気共鳴による歳差運動が起きますが、VHFの電波で磁気共鳴するので、これを用いて画像化し、病理診断に用いるのが磁気共鳴画像化法(MRI)です。
- 陽子の密度の濃淡がMRIの濃淡になります。脂肪分子はC_nH_{2n}という組成式で表されるように多数の陽子を含み、強い信号が観測されます。

MRIとCTってどう違うの？

- どちらも体の断層画像を撮影する装置ですが、最も大きな違いは画像を得る手段です。CTでは“X線”を使って画像を得るのに対し、MRIは大きな磁石による“強い磁場”とFMラジオに使われているような“電波”を使って画像を得ます。ですからMRIは放射線による被曝がなく、小児や健常な方も安心して検査を受けることができますと言われています。

MRIの画像とCTの画像では見えるものが違うの？

- MRIは、診断を行なうために適した断面を縦、横、斜めなど自由に撮影できるのが特長です（最近ではCTでも身体を横に輪切りにした画像だけでなく、縦切りなども描出できるようになりましたが、それでも自由度はMRIの方が優れています）。
- また、MRIはX線を使うCTと違って骨や空気による画像への悪影響が全く無いため、例えば頭蓋骨に囲まれた脳や脊髄などの診断に適しています。さらに薬（造影剤）を使わなくても主な血管の画像が簡単に得られるなどの特長があります。

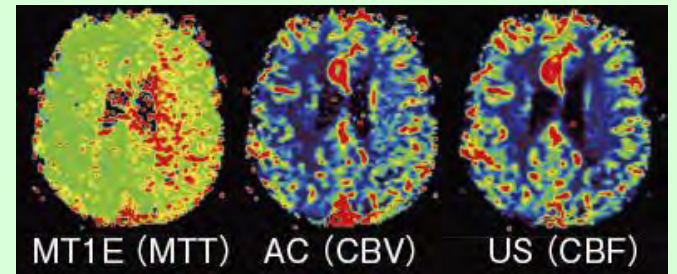
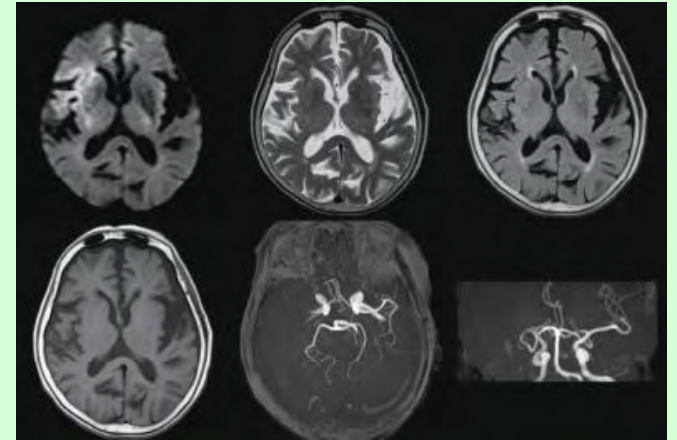
MRIとエコー法

- MRIにおいては、パルス状の電磁波を使い、電磁波照射後、生体から戻ってくるエコー信号を解析することによって、共鳴信号の強度のほか、核スピンの歳差運動の縦緩和時間 T_1 と横緩和時間 T_2 を測定しています。
- 観測したい対象の性質に応じて、 T_1 強調画像、 T_2 強調画像などが用いられます。

どうして検査時に大きな音がするの？

- MRIでは画像を得るために、磁界を微妙に変化させる必要があります。この際装置そのものから大きな音が発生してしまいます。
- この音は一般的に、きれいな画像が得られる磁界の強い装置ほど大きくなります。最新の高性能の装置では検査時間は短縮されましたが、その代わりに音が大きくなってしまいます。
- 電車の通るガード下や、場合によっては飛行機離着陸直下に相当するほどの大きな音がすることもあります。

MRI装置



<http://www.toshiba-medical.co.jp/>

MRIは傾斜磁界で位置情報を得る

- MRIでは、画像化のために、傾斜磁界を用いることによって位置情報を得ています。図(a)に示すように均一磁界のもとでは、同じ核種の信号はA, Bと位置が違っていても同じ周波数のところに現れます。
- これに対し、傾斜磁界を用いると(b)に示すように異なる位置からの信号は異なる周波数のところに現れますから、共鳴磁界から位置情報を得ることができます。

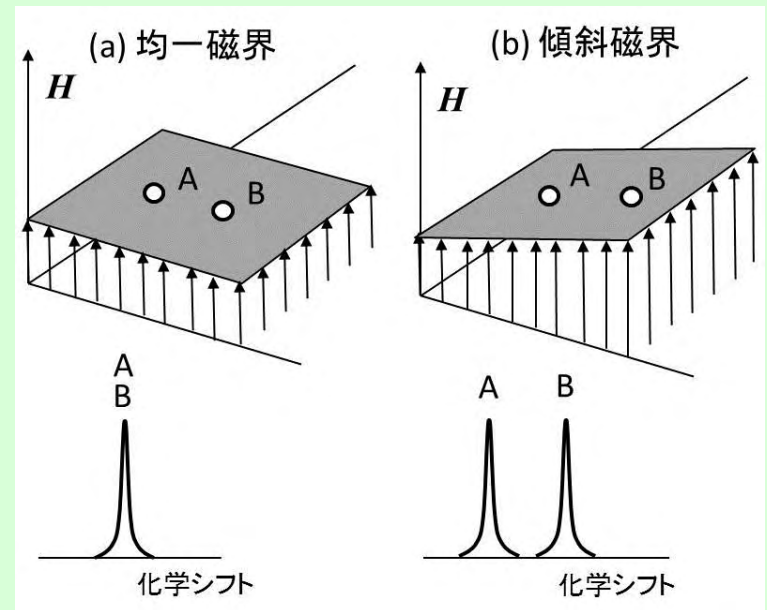


図6.4 傾斜磁界から位置情報への変換

実際は、直交する2方向に傾斜した磁界を使い、観測信号波形をフーリエ変換することによって画像化が行われています。

電子スピン共鳴

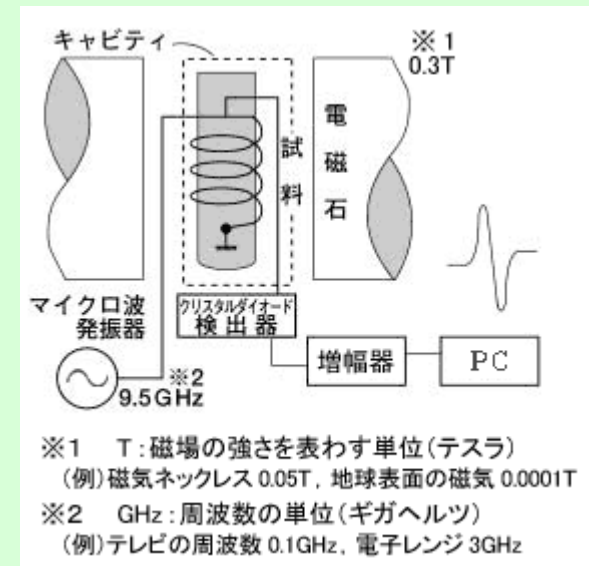
電子スピン共鳴装置とは

- 電子スピン共鳴装置は一般的には、ESR または、EPR と呼ばれています。装置は、約40種類におよぶ付属品を付加することにより、特殊な測定や実験を可能としています。
- 理学系・医薬学系、農工学系の基礎研究の分野で活躍してきましたが、半導体、塗料工場の生産ラインや、癌診断を初めとする臨床医学分野での活躍も、今後一層期待されています。



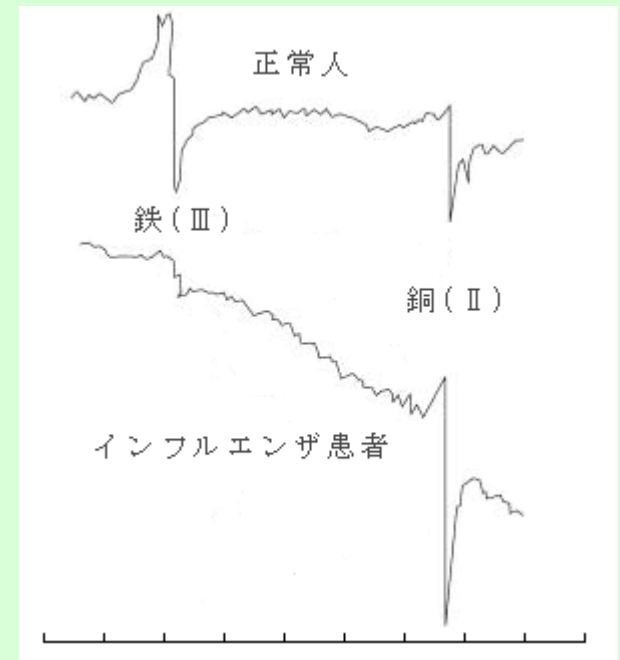
ESR装置の原理

- 試料はキャビティと呼ばれる試料受けに納め、電磁石の間に入れます。電磁石は静磁界を作って、試料内の電子をゼーマン分裂させるもので、その磁場の強さは、0.3T(テスラ)。不対電子を共鳴させる発振器は、マイクロ波発振器で、9.5GHzという超高周波を使用します。
- 不対電子が共鳴したときに起こる吸収エネルギーをクリスタルダイオード検出器で受けとめ、その微小信号を増幅してPCに取り込みます。
- 測定したスペクトル上で、ピークの出る位置が定性を示し、ピークの高さが定量を表わします



ESRによる生体計測

- 人間の血液は、多くの物質から構成され、それぞれが大切な役目を分担しています。
- 分子レベルで見ますと、多種類の分子から構成されており、鉄、銅、マンガン等の有機金属があるのが目につきます。
- これらの遷移金属は、血液が正常な働きをするのに、非常に重要な役割を分担していることが知られています。
- 今、健康な人とインフルエンザ患者の血液中の鉄と銅をESRで測定してみました。図の信号から判るように、インフルエンザ患者のデータでは、はっきりと銅が増え、鉄が減っているのが判ります。
- それで、風邪をひいた子供のホッペの赤みが減り青く見えるのです。



ESRは半導体中の 微量不純物を検出できる

- 電子スピンの状態を観察することによって、電子構造、格子欠陥、不純物などの情報を得ることができます。感度が高いので微量の不純物を検出することもできます。
- 図は、故意に添加しないCuGaSe₂単結晶のEPRスペクトルです。C共鳴線の位置は大きな角度依存性があり、偶数個の電子をもつ不純物によると推測され、6個のd電子をもつFe²⁺と考えると、共鳴線の角度シフトの実験結果がよく説明できました。電子線励起X線回折法(EDX)などでは見つからない微量不純物でも、EPRは捉えることができます。

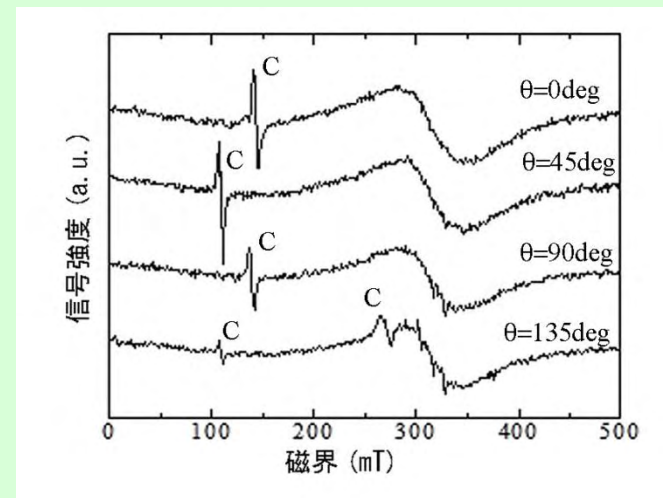


図6.5 CuGaSe₂中の微量Fe不純物のEPRスペクトル

ESRの感度はどれくらいあるか？

- 感度は 10^{14} spin/cm³といわれています。
- フーリエ変換ESRだともっと微量のスピンを検出できます。
- この高い感度を使って、水素化アモルファスシリコンに含まれる密度 10^{15} cm⁻³程度のわずかな未結合手の密度を捉えることもできるのです。

ESRの微細構造が指紋になる

- 図6.6は、 CuAlS_2 に1mol%の V^{3+} を添加した単結晶のEPRスペクトルです。
- 共鳴線には8本の構造が見られますが、これはVの同位元素の ^{51}V ($I=7/2$)による $2I+1=8$ 本の超微細分裂と考えられます。
- これにより、共鳴線がVからの信号であると同定されます。核スピンとの相互作用による微細構造を指紋として、不純物の特定ができるのです。

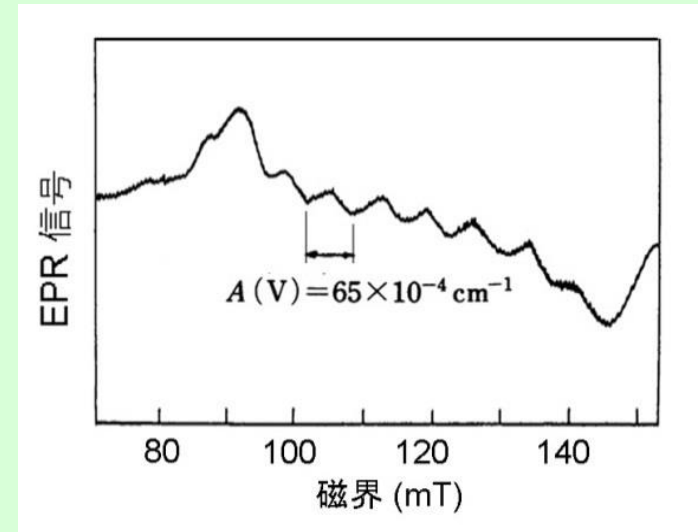


図6.6 CuAlS_2 中のV不純物が示す超微細構造

ESRのスペクトルの横軸は なぜ磁界なのですか

- 装置の都合上周波数を振ることがむずかしいので磁界の方を振るのです。
- EPRの標準的な装置では、信号強度を稼ぐためにキャビティ(空洞共振器)を用いていますが、キャビティを使うと使えるマイクロ波周波数が限定されるのです。それで、マイクロ波周波数を固定して、磁界の方を変化させるのが普通です。
- 常磁性共鳴(EPR)は信号が弱いのでキャビティが必要ですが、強磁性共鳴(FMR)では信号が強いため試料をマイクロストリップライン上に置き、磁界は固定してマイクロ波の周波数を変化させネットワークアナライザで検出することができますから、横軸を周波数にしたスペクトルも測定されています。

第6章のまとめ

- 核スピンや電子スピンは、静磁界中で歳差運動をしますが、固有周波数の電磁波を与えると共鳴します。
- このとき電磁波を吸収するので、その吸収量から物質を特定したり、画像化したりすることができます。
- この共鳴吸収現象は、静磁界によってゼーマン分裂した上向きスピンの準位と下向きスピンの準位の間の変移としてせつめいすることができます。