MSJサマースクール 2008-07-17

#### 磁気光学効果/光磁気記録

### ー光と磁気の基礎とその応用ー

佐藤勝昭 東京農工大学工学府特任教授 (独)科学技術振興事業団(JST) さきがけ研究総括



1. はじめに

- 2. 磁気光学効果の基礎
  - 1. 光の伝搬と磁気光学効果
     2. 磁気光学効果の物理
- 3. 光磁気効果の応用
  - 1. 光磁気ディスク
  - 2. 光アイソレータ
  - 3. 電流磁界センサ
  - 4. 非接触磁気イメージング
- 4. 磁気光学効果研究の最近の展開



1. はじめに

- 磁気光学効果は、光磁気記録(MO, MD)、光アイソ レータ、電流磁界センサ、非接触磁気観察などに幅広く 応用されている磁気付随の物理現象である。
- 磁気光学効果のマクロな起源は、磁化を有する物質における誘電率テンソルの非対角成分に求めることができる。また、そのミクロな起源は、磁性体の電子構造にある。
- このセミナーでは、はじめに磁気光学効果の基礎について述べ、その応用について述べる。その中で光磁気記録の現状について簡単に述べる。

光と磁気のむすびつき

### ○ 光と磁気のつながりには、

- 物質の光応答に磁気が寄与する「磁気光学効果」と
- ●物質の磁性に光が影響する「光磁気効果」がある。
- 磁気光学効果には
  - おなじみのファラデー効果、磁気カー効果などいわ ゆる狭義の磁気光学効果と、ゼーマン効果、磁気共 鳴、マグネトプラズマ効果など磁気が電磁波の応答 に影響を与える広義の磁気光学効果とが含まれる。

光磁気効果

### ○ 光磁気効果のいろいろ

- ・ 光誘起磁気効果、光誘起磁化(逆ファラデー効果)、
   ・ 光誘起スピン再配列、熱磁気効果が含まれる。
- 光磁気ディスクの記録には、レーザ光の熱を用いた
   熱磁気効果が使われている。
- ○この講義では、主として磁気光学効果に焦点を 当てる。



物質の旋光性をはじめて見つけたのは、 フランスのArago(1786-1853)で、 1811年に、水晶においてこの効果を 発見した。Aragoは天文学者としても 有名で、子午線の精密な測量をBiot (1774-1862)とともに行い、スペイ ンでスパイと間違われて逮捕されるな ど波爛に満ちた一生を送った人である。 Aragoの発見は Biotに引きつがれ、 旋光角が試料の長さに比例することや、 旋光角が波長の二乗に反比例すること (旋光分散)等が発見された。



François Arago 1786 - 1853

円二色性

酒石酸の水溶液などでは、右円偏光と左円偏光とに対して吸光度が違うという現象がある。これを円二色性という。この効果を発見したのはCottonというフランス人で1869年のことである。彼は図2.4のような装置をつくって眺めると左と右の円偏光に対して明るさが違うことを発見した。後で説明するが(3.1節)、円二色性がある物質に直線偏光を入射すると透過光は楕円偏光になる。



図2.4 円二色性の観測法 (Cotton による)

# 光学活性

### 旋光性と円二色性をあわせて光学活性という

物質本来の光学異方性による光学活性を「自然活性」とよぶ。
 電界(電気分極)によって誘起される光学活性を電気光学効果という。

• ポッケルス効果、電気光学カー効果がある。

○ 磁界(磁化)によって誘起される光学活性を磁気光学効果という。

○ 応力による光学活性をピエゾ光学効果または光弾性という

# 非磁性体のファラデー効果

- ガラス棒にコイルを巻き電流を通じるとガラス棒の長手方向に磁 界ができる。このときガラス棒に直線偏光を通すと磁界の強さとと もに偏光面が回転する。この磁気旋光効果を発見者Faradayに 因んでファラデー効果という。
- 光の進行方向と磁界とが同一直線上にあるときをファラデー配置 といい、進行方向と磁界の向きが直交するような場合をフォークト 配置という。



図2.5 ファラデー配置(a)とフォークト配置(b)



### ファラデー配置において直線偏光が入射 したとき出射光が楕円偏光になり、その 主軸が回転する効果





M. Faraday (1791-1867)

# ファラデー効果の非相反性

ファラデー効果においては磁界を反転すると逆方向に回転が起きる。つまり回転角は磁界の方向に対して定義されている。ここが自然活性と違うところである。

○ 図に示すように、ブドウ糖液中を光を往復させると戻ってきた光は全く旋光していないが、磁界中のガラスを往復した光は、片道の場合の2倍の回転を受ける。



ガラスを往復した光は片道の2倍だけ旋光している(b).

ヴェルデ定数

● 強磁性を示さない物質の磁気旋光角をθF、磁界をH、光路長l
 とすると、

 $\theta_{\rm F} = V l H$ 

と表される。Vはと呼ばれ、物質固有の比例定数である。

ヴェルデ定数一覧表 λ=546.1nm 理科年表による

| 物質     | V [min/A]               | 物質       | V [min/A]              |
|--------|-------------------------|----------|------------------------|
| 酸素     | 7.598×10 <sup>-6</sup>  | NaCl     | 5.15×10 <sup>-2</sup>  |
| プロパン   | 5.005 ×10 <sup>-5</sup> | ZnS      | 2.84×10 <sup>-1</sup>  |
| 水      | 1.645 ×10 <sup>-2</sup> | クラウンガラス  | 2.4 ×10 <sup>-2</sup>  |
| クロロホルム | 2.06×10 <sup>-2</sup>   | 重フリントガラス | 1.33 ×10 <sup>-1</sup> |

# 強磁性体のファラデー効果

- ガラスのファラデー効果に比べ、強磁性体、フェ リ磁性体は非常に大きなファラデー回転を示す。
- 磁気的に飽和した鉄のファラデー回転は1cmあたり380,000°に達する。この旋光角の飽和値は物質定数である。
  - 1cmもの厚さの鉄ではもちろん光は透過しないが薄膜を作ればファラデー回転を観測することが可能である。例えば30 nmの鉄薄膜では光の透過率は約70%で、回転角は約1°となる。

## 代表的な磁性体のファラデー効果

| 物質名(                                | 旋光角<br>(deg/cm) (d           | 性能指数<br>eg/dB) ( | 測定波長<br>(nm) (K) | 測定温度<br>(T) | 磁界   |
|-------------------------------------|------------------------------|------------------|------------------|-------------|------|
| Fe                                  | $3.825 \cdot 10^5$           |                  | 578              | 室温          | 2.4  |
| Co                                  | $1.88 \cdot 10^5$            |                  | 546              | //          | 2    |
| Ni                                  | 1.3 · 10 <sup>5</sup>        |                  | 826              | 120 K       | 0.27 |
| $Y_3Fe_5O_{12}$                     | * 250                        |                  | 1150             | 100 K       |      |
| Gd <sub>2</sub> BiFe <sub>5</sub> C | $D_{12} 1.01 \cdot 10^4$     | 44               | 800              | 室温          |      |
| MnSb                                | 2.8 • 10 <sup>5</sup>        |                  | 500              | //          |      |
| MnBi                                | 5.0 <b>-</b> 10 <sup>5</sup> | 1.43             | 633              | //          |      |
| YFeO <sub>3</sub>                   | 4.9·10 <sup>3</sup>          |                  | 633              | //          |      |
| NdFeO <sub>3</sub>                  | 4.72·10 <sup>4</sup>         |                  | 633              | //          |      |
| CrBr <sub>3</sub>                   | 1.3·10 <sup>5</sup>          |                  | 500              | 1.5K        |      |
| EuO                                 | 5·10 <sup>5</sup>            | 104              | 660              | 4.2 K       | 2.08 |
| $CdCr_2S_4$                         | 3.8 · 10 <sup>3</sup>        | 35(80K)          | 1000             | 4K          | 0.6  |



 磁気カー効果は、反射光に対するファラデー 効果といってもよい。Kerrという人は電気光 学効果の研究でも有名で一般にカー効果とい うと電気光学効果のほうをさすことが多いの で区別のため磁気カー効果と呼んでいる。



#### o 3つのMO-Kerr 効果

- 極力一効果(磁化が反射面の法線方向、直線偏光は傾いた楕円偏光となる)
- 縦カー効果(磁化が試料面内&入射面内、直線偏光は傾いた楕円偏 光となる)
- 横カー効果(磁化が試料面内、入射面に垂直偏光の回転はないが磁 界による強度変化)



# 代表的な磁性体のカー回転角

| 物質名                            | カー回転角<br>(deg) | 測定光エネルギー<br>(eV) | 測定温度<br>(K) | 磁界<br>(T) |
|--------------------------------|----------------|------------------|-------------|-----------|
| Fe                             | 0.87           | 0.75             | <br>室温      |           |
| Со                             | 0.85           | 0.62             | //          |           |
| Ni                             | 0.19           | 3.1              | 11          |           |
| Gd                             | 0.16           | 4.3              | //          |           |
| Fe <sub>3</sub> O <sub>4</sub> | 0.32           | 1                | //          |           |
| MnBi                           | 0.7            | 1.9              | //          |           |
| $CoS_2$                        | 1.1            | 0.8              | 4.2         | 0.4       |
| CrBr <sub>3</sub>              | 3.5            | 2.9              | 4.2         |           |
| EuO                            | 6              | 2.1              | 12          |           |
| $USb_{0.8}Te_{0.2}$            | 9.0            | 0.8              | 10          | 4.0       |
| $CoCr_2S_4$                    | 4.5            | 0.7              | 80          |           |
| a-GdCo*                        | 0.3            | 1.9              | 298         |           |
| PtMnSb                         | 2.1            | 1.75             | 298         | 1.7       |

## 2. 磁気光学効果の基礎

2.1 光の伝搬と磁気光学効
2.1.1 ファラデー効果
2.1.2 磁気カー効果
2.1.3 コットンムートン効果
2.2 磁気光学効果の物理
2.2.1 古典電子論
2.2.2 量子論的起源



図2.1 電磁波の電界ペクトル(E)と磁界ペクトル(H)

### 2.1 光の伝搬と磁気光学効果

○ ここでは磁気光学効果が物質のどのような性質 に基づいて生じるかを述べる。この章では物質 のミクロな性質には目をつぶって、物質を連続 体のように扱い、偏光が伝わる様子を電磁波の 基本方程式であるマクスウェルの方程式によっ て記述する。物質の応答は誘電率によって表す。 この章ではこのようなマクロな立場に立って磁気 光学効果がどのように説明できるかについて述 べる。

## 円偏光と磁気光学効果

- ここでは旋光性や円二色性が左右円偏光に対する物質の応答の差に基づいて生じることを説明する
- 直線偏光の電界ベクトルの軌跡は(a)のように、振幅と回転速度が等しい右円偏光と左円偏光との合成で表される
- 透過後の光の左円偏光が(b)のように右円偏光よりも位相が進んでいたとするとこれらを合成した電界ベクトルの軌跡は、もとの直線偏光から傾いたものになる。
- (c)のように右円偏光と左円偏光のベクトルの振幅に差が生じた とき、それらの合成ベクトルの軌跡は楕円になる。

# 直線偏光は左右円偏光の合成

 
 ・ 直線偏光の電界ベクトルの軌跡は図(a)のよう
 に、振幅と回転速度が等しい右円偏光Rと左円 偏光Lとの合成で表されます。



図(a)直線偏光は等振幅等速度の 左右円偏光に分解できる

式で書くと



# 左右円偏光の位相が異なる場合

- ○媒体を透過した後、図(b)のように左円偏光の位相が 右円偏光の位相より進んでいたとすると、合成した電界 ベクトルの軌跡も直線で、その向きはもとの偏光の向き からから傾いています。
- これが旋光性です。
   回転角は左右円偏光の
   位相差の1/2です。

図 (b)媒体を通ることにより左円 偏光の位相と右円偏光の位相が 異なると偏光が回転します



式で書くと

- 右円偏光に対する屈折率n<sup>+</sup>
- 左円偏光に対する屈折率n<sup>-</sup>
  - とすると、
- 右円偏光の位相はωn<sup>+</sup>z/c
- 左円偏光の位相は*ωn<sup>-</sup>z/c*

であるから右円偏光と左円偏光の位相差は  $\omega(n^+-n^-)z/c$ 

○この半分が回転角になります。

注:nは屈折率、 κ(カッパと読む)は消光係数

ベクトルで書くと

- *E*= 2<sup>-1/2</sup>*E*<sub>0</sub> {exp(*iωt*)*r*+exp(*iωt*)*l*}が

   右円偏光に対する屈折率*n*<sup>+</sup>、左円偏光に対する
   屈折率*n*<sup>-</sup>の環境を通過すると、
- $E=2^{-1/2}E_0 [\exp\{i\omega(t-n^+z/c)\}r + \exp\{i\omega(t-n^-z/c)\}I]$ これを直交系に戻すと、

•  $E = 2^{1/2} E_0 \exp(i\omega t) \exp(-i\omega nz/c)$ ×{ $\cos(\omega \Delta nz/2c)i + \sin(\omega \Delta nz/2c)j$ } •  $\Box \Box \Delta n = n^+ - n^-, n = (n^+ + n^-)/2$ 

## 左右円偏光の振幅が異なると

- ○媒体を透過した後、(c)のように右円偏光と
   左円偏光のベクトルの振幅に差が生じると、
   合成ベクトルの軌跡は楕円になります。
- 楕円の短軸と長軸の比の tan<sup>-1</sup>が楕円率角です。

図(c)媒体を通ることにより左円偏光の振幅と右円偏光の振幅が異なると 合成した軌跡は楕円になります



式で書くと

- 右円偏光に対する消光係数 <sup>κ+</sup>
- 左円偏光に対する消光係数 κ
  - とすると、
- o 右円偏光の振幅 $dexp(-\omega\kappa^+ z/c)$
- 左円偏光の振幅はexp(-ωκz/c)

屈折率は左右円偏光に対し同じであると仮定

# ベクトルで書くと

- $E = 2^{-1/2} E_0 \left\{ \exp(i\omega t) \mathbf{r} + \exp(i\omega t) \mathbf{l} \right\}$
- 右円偏光に対する消光係数 κ<sup>+</sup>、左円偏光に対する消光係数 κ<sup>-</sup>の 環境を通過すると、
- $E=2^{-1/2}E_0\exp\{i\omega(t-nz/c)\}$  [exp(- $\omega\kappa^+z/c$ ) r+ exp(- $\omega\kappa^-z/c$ ) I] これを直交系に戻すと、
- $E \sim 2^{1/2} E_0 \exp(i\omega t) \exp(-\omega \kappa z/c) \{i i\omega \Delta \kappa z/cj\}$
- ο ここに $\Delta \kappa = \kappa^+ \kappa, \kappa = (\kappa^+ + \kappa)/2$ 、 また  $\omega \Delta \kappa z/c << 1$  とする
- 楕円率角 $\eta$ は $\eta$ =tan<sup>-1</sup>( $\omega \Delta \kappa z/c$ )



注: к (カッパと読む)は消光係数



直線偏光は等振幅等速度の左右円 偏光に分解できる

> 媒体を通ることにより左円偏光の位相 と右円偏光の位相が異なると<mark>旋光</mark>する



## ファラデー効果の現象論

直線偏光は右円偏光と左円偏光に分解できる.この光が長さℓ の物質を透過した後、左右円偏光の位相が異なっておれば両 者を合成した軌跡は、入射光の偏光方向から傾いた直線偏光 となり、その傾き θ<sub>F</sub>は,  $\theta_{\rm F} = -(\theta_{\rm R} - \theta_{\rm I})/2 = -\Delta \theta/2$ (1)となる ここに $\theta_{R}$ は右円偏光の位相,  $\theta_{I}$ は左円偏光の位相である. ○ 一方, 円二色性は左右円偏光に対する振幅の差から生じる. そ の結果,合成ベクトルの軌跡は楕円偏光となる.楕円率 η<sub>F</sub>は,  $\eta_{\rm F} = \tan^{-1}\{(E_{\rm R} - E_{\rm I})/(E_{\rm R} + E_{\rm I})\}$  (2)

○ で与えられる. *E*<sub>R</sub>は右円偏光の振幅, *E*<sub>L</sub>は左円偏光の振幅である.

## 左右円偏光に対する光学定数の差 とファラデー効果

- 旋光性をもたらす位相の差は、右円偏光に対する屈折 率n<sub>+</sub>と右円偏光に対する屈折率n<sub>-</sub>に差があれば生じる、 θ<sub>F</sub>=-Δθ/2=-ω(n<sub>+</sub>-n<sub>-</sub>)/2c=-πΔn/λ (3)
- これに対し、円二色性は左右円偏光に対する吸光度の 違いがあれば生じる、右円偏光の消光係数をκ<sub>+</sub>, 左円 偏光の消光係数をκ<sub>-</sub>とすると、

$$\eta_F = \frac{\exp(-\omega\kappa_+\ell/c) - \exp(-\omega\kappa_-\ell/c)}{\exp(-\omega\kappa_+\ell/c) + \exp(-\omega\kappa_-\ell/c)}$$
(4)

 $\approx -\pi \Delta \kappa \ell / \lambda$ 

となる. 次式のように複素旋光角  $\sigma_{\rm F}$ を定義すると式の 取り扱いが簡便になることがある.  $\Phi_{\rm F}=\theta_{\rm F}+i\eta_{\rm F}=-\pi(\Delta n+i\Delta\kappa)l/\lambda=-\pi\Delta Nl/\lambda$  (5)

誘電率テンソル

$$D = \tilde{\epsilon} \ \varepsilon_0 E$$
$$D_i = \varepsilon_{ij} \varepsilon_0 E_j$$

DもEもベクトルなのでベクトルとベクトルの関係を与える量である ε は2階のテンソル量である。 2階のテンソルというのは、2つの添字をつかって表される量で、3×3の行列と考えてさしつかえない。 (テンソルを表すため記号~(チルダ)をつける)

(6)

### 誘電率スペクトルの一例: PtMnSb

0

- 図をご覧下さい。これは私たちが測定したPtMnSbという強磁性体の磁気光学効果に関する磁気光学スペクトルである。
- 測定したのは反射スペクトルと磁気カー効果のスペクトルであるが、ここには比誘 電率テンソルの対角、非対角成分のスペクトルが示されている。

をが誘電率テンソルの対角成分 ε xx、右が非対角成分 ε xyのスペクトルである。



図の出典:「光と磁気」図6.24

# なぜ誘電テンソルを用いるのか

- 1つは、反射率やカー回転は入射角や磁化の向きに依存する量で、物質固有のレスポンスを表す量ではないが、誘電テンソルは物質に固有の量であるからである。
- ○2番目には物質中の電子構造とか光学遷移の マトリックスとかに直接結びつけることができる のが誘電テンソルだからである

# 連続媒体での光の伝搬

▶ 連続媒体中の光の伝わり方はマクスウェルの方程式 で記述される。マクスウェルの方程式は電磁波の電界 と磁界との間の関係を与える2階の微分方程式である。 ○このとき媒体の応答を与えるのが、誘電率 ε または伝 導率σである。磁性体中の伝搬であるから透磁率が効 いてくるのではないかと考える人があるかも知れない。 しかし、光の振動数くらいの高周波になると巨視的な磁 化はほとんど磁界に追従できなくなるため、透磁率を  $\mu_{0}$ としたときの比透磁率 $\mu_{1}$ は1として扱ってよい。  $\mu_{0}$ は真空の透磁率でありSI単位系特有のものである。  $\Box \Box [\Box, \mu_0 = 1.257 \times 10^{-6} \,\text{H/m})$ 

### 比透磁率は1として扱う。

- 光の伝搬を考える場合*B*=µ<sub>0</sub>*H*と扱う。
   すなわち、比透磁率µは1とする。
- ○磁性体中の伝搬であるから比透磁率 µ は1ではないと 考える人があるかも知れない。
- 光の振動数(10<sup>14</sup>-10<sup>15</sup>Hz)くらいの高い周波数になると と巨視的な磁気モーメントは、磁界に追従できなくなるため、透磁率をμ・μ<sub>0</sub>としたときの比透磁率μは1として扱ってよい。ここに、μ<sub>0</sub>は真空の透磁率で、μ<sub>0</sub>=1.257×10<sup>-6</sup> H/mと与えられる。
### 誘電率の意味

 
 ・誘電率は電束密度Dと電界Eの関係を与える量で ある。SI単位系を用いているので誘電率は ε ε 0で 与えられる。ここに ε は比誘電率と呼ばれる量で CGS系の誘電率に等しい。以下では、この比誘電率 を用いて議論を進める。

 ○ (ε<sub>0</sub>は真空の誘電率であり、ε<sub>0</sub>=8.854×10<sup>-12</sup> F/m である\*)

誘電率テンソル

$$\widetilde{\varepsilon} = \begin{pmatrix} \varepsilon_{xx} & \varepsilon_{xy} & \varepsilon_{xz} \\ \varepsilon_{yx} & \varepsilon_{yy} & \varepsilon_{yz} \\ \varepsilon_{zx} & \varepsilon_{zy} & \varepsilon_{zz} \end{pmatrix}$$

$$\widetilde{\varepsilon}' = C_{4}^{-1} \widetilde{\varepsilon} C_{4} = \begin{pmatrix} \varepsilon_{yy} & -\varepsilon_{yx} & -\varepsilon_{yz} \\ -\varepsilon_{xy} & \varepsilon_{xx} & \varepsilon_{xz} \\ -\varepsilon_{zy} & \varepsilon_{zx} & \varepsilon_{zz} \end{pmatrix}$$

$$\widetilde{\varepsilon}_{ij} = \varepsilon'_{ij} + i\varepsilon''_{ij}$$

$$\widetilde{\varepsilon}_{xz} = \varepsilon_{yy}$$

$$\varepsilon_{xz} = \varepsilon_{yz} = \varepsilon_{zx} = \varepsilon_{zy} = 0$$

$$\widetilde{\varepsilon}_{xy} & \varepsilon_{xx} & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon_{zz} \end{pmatrix}$$
(7)

Ν

## 磁化Mの関数としての誘電率

### ○ さて、磁気光学効果においての各成分はMの関数で すから、は次式のように表せるはずである。

$$\widetilde{\varepsilon} = \begin{pmatrix} \varepsilon_{xx}(M) & \varepsilon_{xy}(M) & 0 \\ -\varepsilon_{xy}(M) & \varepsilon_{xx}(M) & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon_{zz}(M) \end{pmatrix}$$

○ ε<sub>ij</sub>(M)を次式のようにMでべき級数展開する。

$$\varepsilon_{ij}(M) = \varepsilon_{ij}^{(0)} + \sum_{n} \frac{1}{n!} \varepsilon_{ij}^{(n)} M^{n}$$

# Lars Onsager

 Norwegian-American chemist and physicist.

The Nobel Prize in Chemistry 1968

磁化がある場合は非相反になる

$$\mathcal{E}_{ij}(-M) = \mathcal{E}_{ji}(M)$$



出生 1903年11月27日 オスロ 死去 1976年10月5日

# 誘電率の成分と磁化依存性

Onsagerの式  $\varepsilon_{ij}(-M) = \varepsilon_{ji}(M)$  を適用する と、対角成分は  $\varepsilon_{xx}(M) = \varepsilon_{xx}(-M)$ となり、Mについての偶関数であることが分かる。 o 一方、非対角成分については  $\varepsilon_{xy}(M) = -\varepsilon_{xy}(-M)$ 

が成り立つので、Mについて奇関数であることがわかる

### 誘電率テンソルの磁気応答

 ○ 対角成分はMの偶数次のみ、非対角成分はMの奇数 次のみで展開できる。

$$\varepsilon_{xx}(M) = \varepsilon_{xx}^{(0)} + \sum_{n} \varepsilon_{xx}^{(2n)} M^{2n} / (2n)!$$
  

$$\varepsilon_{xy}(M) = \sum_{n} \varepsilon_{xy}^{(2n+1)} M^{2n+1} / (2n+1)!$$
  

$$\varepsilon_{zz}(M) = \varepsilon_{zz}^{(0)} + \sum_{n} \varepsilon_{zz}^{(2n)} M^{2n} / (2n)!$$

 

 εxy (M)がファラデー効果やカー効果をもたらし、ε<sub>m</sub> (M) とε<sub>m</sub> (M)の差が磁気複屈折(コットン・ムートン効果)の 原因となる。

### 誘電率と導電率の関係

▶ 誘電率と導電率には右の  $\varepsilon_{ij} = \delta_{ij} + i \frac{\sigma_{ij}}{\omega \varepsilon_0}$ 式で表される関係がある。 成分で書くと  $\varepsilon_{xx} = 1 + i \frac{\sigma_{xx}}{\omega \varepsilon_0}$ 対角成分は  $\varepsilon_{xy} = i \frac{\sigma_{xy}}{\omega \varepsilon_0}$  非対角成分は ○ 誘電率の実数部・虚数部は 導電率のそれぞれ 虚数部・ 実数部に対応する。

次のステップ

### ○次のステップでは、この誘電率テンソルをマクスウェル の方程式に代入して複素屈折率Nの固有値を求める。

固有方程式は 右の式になるので任 意のEに対して式が 成立する条件から 複素屈折率の固有値 が求められる。

$$\begin{pmatrix} \hat{N}^2 - \varepsilon_{xx} & -\varepsilon_{xy} & 0\\ \varepsilon_{xy} & \hat{N}^2 - \varepsilon_{xx} & 0\\ 0 & 0 & -\varepsilon_{zz} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E_x\\ E_y\\ E_z \end{pmatrix} = 0$$
$$\hat{N}_{\pm}^2 = \varepsilon_{xx} \pm i\varepsilon_{xy}$$

ここでN<sub>+</sub>とN<sub>-</sub>に対応する固有関数はそれぞれ右円偏光、 左円偏光であることが導かれる。さらに、非対角成分 *ε xy* が無ければ、左右円偏光の応答に差がなく、光学活性が 生じない。

### **James Clerk Maxwell**



エジンバラ城を望む(佐藤勝昭画)



死去 1879年11月5日 ケンブリッジ

マクスウェル方程式



マクスウェルの方程式

○ 光の電界ベクトルをE、電束密度ベクトルをD、磁界ベクトルをH、磁束密度ベクトルをB、電流をJとすると、次の関係が成立する。

rot 
$$E = -\frac{\partial B}{\partial t}$$
  
rot  $H = \frac{\partial D}{\partial t} + J$  (SI単位系)

# マクスウェル方程式をEとHで表す

- 簡単のため、J=0と置く。[伝導電流を分極電 流(変位電流)の中に繰り込む]
- BとH、DとEの関係式
  - $\boldsymbol{B} = \mu_0 \boldsymbol{H}$

$$\boldsymbol{D} = \widetilde{\boldsymbol{\varepsilon}} \varepsilon_0 \boldsymbol{E}$$

誘電率テンソル

を代入して、マクスウェル方程式は次のように書 き変えられる。

$$\operatorname{rot} \boldsymbol{E} = -\mu_0 \frac{\partial \boldsymbol{H}}{\partial t}$$
$$\operatorname{rot} \boldsymbol{H} = \widetilde{\boldsymbol{\varepsilon}} \varepsilon_0 \frac{\partial \boldsymbol{E}}{\partial t}$$

- (3.18)の第2式の両辺をtで偏微分します。  $\frac{\partial}{\partial t}$  rot  $H = \tilde{\epsilon} \varepsilon_0 \frac{\partial^2 E}{\partial t^2}$
- ∂ / ∂ t と rotの順番を入れ替えます。
  rot  $\frac{\partial H}{\partial t} = \tilde{\varepsilon} \varepsilon_0 \frac{\partial^2 E}{\partial t^2}$ ここに(3.18)の第1式  $\frac{\partial H}{\partial t} = -\frac{1}{\mu_0}$  rot *E* を代入します。

マクスウェル方程式を解く [1]-2  
れより rot(
$$-\frac{1}{\mu_0}$$
 rot  $E$ ) =  $\tilde{\epsilon} \epsilon_0 \frac{\partial^2 E}{\partial t^2}$  が得られ、  
rot rot  $E = -\tilde{\epsilon} \epsilon_0 \mu_0 \frac{\partial^2 E}{\partial t^2} = -\frac{\tilde{\epsilon}}{c^2} \frac{\partial^2 E}{\partial t^2}$  となります。  
ここで、 $\epsilon_0 \mu_0 = \frac{1}{c^2}$  という関係を用いました。  
rot rot  $E = -\frac{\tilde{\epsilon}}{c^2} \frac{\partial^2 E}{\partial t^2}$  をマクスウェルの方程式と  
いうことがあります。

# マクスウェル方程式を解く [1]-3

- o ここで、rot、grad、divの間に成り立つ次の公式を用います。 rot rot  $E = \operatorname{grad} \operatorname{div} E - \nabla^2 E$
- この結果Eについての2階の微分方程式が得られます。 grad div $E - \nabla^2 E = -\tilde{\epsilon} \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 E}{\partial t^2}$
- o この式に次の波動の式  $E = E_0 \exp(-i\omega t) \cdot \exp(i\mathbf{K} \cdot \mathbf{r})$

を代入するとEについての方程式が得られます。  $(E \cdot K)K - |K|^2 E + (\omega/c)^2 \tilde{\epsilon} E = 0$ 

## 自習課題

 ・ 始めにrot Aにrotを及ぼすとどうなるか確かめてください。
 (物理数学などで学んだはずです)
 rot rot A=∇×(∇×A)=grad(divA)-∇<sup>2</sup>A
 ・ 次に、
 ・

grad div
$$\boldsymbol{E} - \nabla^2 \boldsymbol{E} = -\boldsymbol{\tilde{\varepsilon}} \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \boldsymbol{E}}{\partial t^2}$$

に波動の式  $E = E_0 \exp(-i\omega t) \cdot \exp(i\mathbf{K} \cdot \mathbf{r})$  を代入し

$$(\boldsymbol{E}\cdot\boldsymbol{K})\boldsymbol{K} - |\boldsymbol{K}|^2 \boldsymbol{E} + (\omega/c)^2 \tilde{\boldsymbol{\varepsilon}} \boldsymbol{E} = 0$$
 が成立することを確か  
めてください。

 $(\boldsymbol{E}\cdot\boldsymbol{K})\boldsymbol{K} - |\boldsymbol{K}|^2 \boldsymbol{E} + (\omega/c)^2 \boldsymbol{\tilde{\epsilon}} \boldsymbol{E} = 0$  を解く

この式を解いてKの固有値と対応する電界ベクトルEの固有関 数を求めよう。ここで複素屈折率N、すなわち、N=n+iĸを導入す る。ここにnは屈折率、ĸは消光係数である。媒質中において波 数Kは

$$K = \omega N / c = \omega n / c + i \omega \kappa / c$$

#### で表される凹。

山波数Kは2 $\pi/\lambda$ 'となる。ここに $\lambda$ 'は媒質中での波長で、媒質中での光速c'と すると と表される。媒質中での光速c'は屈折率 $\delta n$ とするとc/nで与えら れるから、 $K=\omega n/c$ である。ここで屈折率を拡張して複素屈折率N、すなわち  $n+i\kappa$ を導入すると、  $K=\omega N/c=\omega n/c+i\omega \kappa/c$ 

# $(E \cdot K)K - |K|^2 E + (\omega/c)^2 \tilde{\epsilon} E = 0$ を解く(つづき)

- ・波数ベクトルの向きに平行で長さがNであるよう な屈折率ベクトルNを用いると、第1式は  $E = E_0 \exp\{-i\omega(t - N \cdot r/c)\}$
- ○となり、固有方程式は
  - $N^2 \boldsymbol{E} (\boldsymbol{E} \cdot \boldsymbol{N}) \boldsymbol{N} \tilde{\boldsymbol{\varepsilon}} \boldsymbol{E} = \boldsymbol{0}$
- ○によって記述できる。以下では、ファラデー配置
   とフォークト配置について固有値を求める。

# ファラデー配置の場合(θ=0)

磁化が z 軸方向にあるとして、 z 軸に平行に進む波 (N //z) に対して 
て 波動 関数は

 $E = E_0 \exp\{-i\omega(t - Nz/c)\}$ o と表される。固有方程式は

$$\begin{pmatrix} N^2 - \varepsilon_{xx} & -\varepsilon_{xy} & 0 \\ \varepsilon_{xy} & N^2 - \varepsilon_{xx} & 0 \\ 0 & 0 & -\varepsilon_{zz} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E_x \\ E_y \\ E_z \end{pmatrix} = 0$$

○と書ける。この方程式がE≠0の解をもつためには、上式においてEの係数の行列式が0でなければならない。こうして次の永年方程式を得る。

永年方程式

$$\begin{vmatrix} N^2 - \varepsilon_{xx} & -\varepsilon_{xy} & 0 \\ \varepsilon_{xy} & N^2 - \varepsilon_{xx} & 0 \\ 0 & 0 & -\varepsilon_{zz} \end{vmatrix} = 0$$

○ これより、№の固有値として2個の値

$$N_{\pm}^2 = \varepsilon_{xx} \pm i\varepsilon_{xy} \qquad (8)$$

o を得る。 これらの固有値に対応する固有関数は、
$$Ez=0$$
で  
 $E_{\pm} = \frac{E_0}{2} (i \pm ij) \exp\{-i\omega(t - \frac{N_{\pm}}{c}z)$ 

 ○ E<sub>+</sub>、E<sub>-</sub>は、それぞれ、zに垂直な面内で回転する右円偏光、左 円偏光のベクトルである。

# 固有関数は円偏光





### 左右円偏光に対する光学定数の差と誘電率 テンソルの成分の関係

磁化と平行に進む光の複素屈折率の固有値は式  $N_{\pm}^{2} = \varepsilon_{xx} \pm i\varepsilon_{xy}$  $N_{+} = n_{+} + i\kappa_{+} \qquad N_{-} = n_{-} + i\kappa$  $\Delta n = n_{+} - n_{-}; \Delta \kappa = \kappa_{+} - \kappa_{-}; \ n = \frac{n_{+} + n_{-}}{2}; \ \kappa = \frac{\kappa_{+} + \kappa_{-}}{2}$  $N_{\pm} = \mathbf{n} \pm \frac{\Delta \mathbf{n}}{2} + \mathbf{i} \left(\kappa \pm \frac{\Delta \kappa}{2}\right) = (\mathbf{n} + \mathbf{i}\kappa) \pm \frac{1}{2}(\Delta \mathbf{n} + \mathbf{i}\Delta\kappa) \equiv N \pm \frac{1}{2}\Delta N$  $\circ \quad \Box \Box \Box \quad \Delta N = N_{+} - N_{-} = \Delta n + i \Delta \kappa$ o その結果  $\epsilon'_{xx} = n^2 - \kappa^2$ ;  $\epsilon''_{xx} = 2n\kappa$ を得る  $\varepsilon'_{xv} = n\Delta\kappa + \kappa\Delta n \quad \varepsilon''_{xv} = \kappa\Delta\kappa - n\Delta n$ 

複素ファラデー回転角

### $\Delta n \ge \Delta \kappa \epsilon \epsilon x y \epsilon \epsilon \sigma \tau \delta \sigma$ 。

$$\Delta n = \frac{\kappa \varepsilon_{xy}' - n \varepsilon_{xy}''}{n^2 + \kappa^2}; \quad \Delta \kappa = \frac{n \varepsilon_{xy}' + \kappa \varepsilon_{xy}''}{n^2 + \kappa^2}$$

○ ΔNに書き直すと

 $\Delta N = \Delta n + i\Delta\kappa = \frac{i(n - i\kappa)(\varepsilon'_{xy} + i\varepsilon''_{xy})}{n^2 + \kappa^2} = \frac{i\varepsilon_{xy}}{\sqrt{\varepsilon}}$ (9)○ 複素ファラデー回転角  $\Phi_F = \theta_F + i\eta_F = -\frac{\omega}{2c} (\Delta n + i\Delta\kappa) \zeta = -\frac{\omega\Delta N}{2c} \zeta \left| \Phi_F = -\frac{\omega}{2c} \cdot \frac{i\varepsilon_{xy}}{\sqrt{\varepsilon}} \zeta \right|$ (10)

### ファラデー効果と誘電率の非対角成分

 $\circ \ \theta_{\rm F} = -(\pi \ \ell / \lambda) (\kappa \varepsilon_{xv}' - n \varepsilon_{xv}'') / (n^2 + \kappa^2)$ 

(11)

 $\circ \eta_{\rm F} = -(\pi \ell / \lambda)(n \varepsilon_{xy}' + \kappa \varepsilon_{xy}'')/(n^2 + \kappa^2)$ 

磁気光学の式(続き)

$$\Delta \hat{N} = \hat{N}_{+} - \hat{N}_{-} = \sqrt{\varepsilon_{xx} + i\varepsilon_{xy}} - \sqrt{\varepsilon_{xx} - i\varepsilon_{xy}} \approx i \frac{\varepsilon_{xy}}{\sqrt{\varepsilon_{xx}}}$$

$$\Phi_F = \theta_F + i\eta_F = -\frac{\pi\Delta\hat{N}\ell}{\lambda} = -\frac{i\pi\ell}{\lambda} \cdot \frac{\varepsilon_{xy}}{\sqrt{\varepsilon_{xx}}}$$

$$\approx -\frac{i\pi\ell}{\lambda} \cdot \frac{\varepsilon_{xy}^{(1)}M}{\sqrt{\varepsilon_{xx}^{(0)} + \frac{1}{2}\varepsilon_{xx}^{(2)}M^2}}$$

磁気光学効果には対角・非対角両成分が寄与

# 2.1.2 磁気光学Kerr効果

1.

- 反射の磁気光学効果を磁気光学カー効果 (MOKE)という
- 通常の反射の法則を導く:電界に対する反射率 =複素振幅反射率(Fresnel係数)
- 2. 右回り円偏光に対するFresnel係数と左回り円 偏光に対するFresnel係数の差を考える。位相 の差からKerr回転が振幅の差からKerr 楕円 率が導かれる。

### 磁気カー効果の電磁気学

- ○反射の磁気光学効果である磁気カー効果を記述するには、反射面での境界条件の下にマクスウェル方程式を解くことになり、やや面倒な手続きが必要となる。
- 詳細は光と磁気第3章3.5・3.6をご参照下さい。
   (以下の式で赤字は光と磁気の式番号である。)

# 垂直入射のFresnel係数

○ 垂直入射の場合、電界に対するFresnel係数rとして、

$$\hat{r} = \hat{r}_p = \frac{K_2 - K_0}{K_2 + K_0} = \frac{N_2 - N_0}{N_2 + N_0} = \frac{\sqrt{\varepsilon_2} - \sqrt{\varepsilon_1}}{\sqrt{\varepsilon_2} + \sqrt{\varepsilon_1}}$$
(a)

を得る。これより、媒質1が真空(No=1+i0)のとき

$$r = \frac{N-1}{N+1} = \frac{n+i\kappa-1}{n+i\kappa+1} \equiv \sqrt{R} \exp(i\theta)$$

を得る。



### 垂直入射の場合の極カー効果

- 問題を複雑にしないために、極力一効果の場合を扱い、 しかも入射光は界面に垂直に入射するものとする。
- ○極カー効果は直線偏光が入射したとき、反射光が楕円 偏光となり、その楕円の長軸の向きが入射光の偏光方 向に対して回転する現象である。
- この回転をカー回転角θ κで表し, 楕円の長軸と短軸の 比を楕円率η κで表す.
- カー回転角は右円偏光と左円偏光に対する移相量の 差に対応し、楕円率は左右円偏光に対する反射率の違いから生じることを示すことができる。

Kerr効果

右円偏光および左円偏光に対する垂直振幅反射率は

$$\hat{r}_{\pm} = \frac{N_{\pm} - n_0}{N_{\pm} + n_0}$$
 (b)

によって表すことができる(ここに
$$n_0$$
は入射側媒体の屈折率です).  
複素振幅反射率(フレネル係数)を右円偏光に対して $r_+$ exp(i $\theta_+$ )、左  
円偏光にして $r_-$ exp(i $\theta_-$ )とすると、カー回転角 $\varphi_K$ は

 $N_0 = n_0 + i0$ 

 $N_{\pm}=n_{\pm}+i\kappa_{\pm}$ 

$$\begin{aligned}
\varphi_{K} &= \frac{\theta_{+} - \theta_{-}}{2} \equiv \frac{\Delta \theta}{2} \quad \text{(c)} \\
\text{で与えられます. また、カー楕円率 } \eta_{K} \text{は次式で与えられる} \\
\eta_{K} &= -\frac{\left|r_{+}\right| - \left|r_{-}\right|}{\left|r_{+}\right| + \left|r_{-}\right|} \equiv -\frac{1}{2} \frac{\Delta r}{r} = -\frac{1}{4} \frac{\Delta R}{R} \quad \text{(d)}
\end{aligned}$$

複素カー回転

○ 磁気カー回転角 $\varphi_{\kappa}$ と磁気カー楕円率 $\eta_{\kappa}$ をひとま とめにした複素カー回転 $\Phi_{\nu}$ を考えます。  $\Phi_{K} = \varphi_{K} + i\eta_{K} = \frac{\Delta\theta}{2} - i\frac{\Delta r}{2r} = -i\frac{1}{2}\left(\frac{\Delta r}{r} + i\Delta\theta\right)$  $\hat{r} = r e^{i\theta}$  $\Lambda \hat{r} = \Lambda r e^{i\theta} + i r e^{i\theta} \Lambda \theta$  $=\frac{\Delta r \mathrm{e}^{i\theta} + ir \mathrm{e}^{i\theta} \Delta \theta}{r \mathrm{e}^{i\theta}} = \frac{\Delta r}{r} + i \Delta \theta$  $i\frac{\Delta\hat{r}}{2\hat{r}} \approx i\frac{1}{2}\ln\left(1-\frac{\Delta\hat{r}}{\hat{r}}\right) \approx i\frac{1}{2}\ln\left(\frac{1-\Delta\hat{r}/2\hat{r}}{1+\Delta\hat{r}/2\hat{r}}\right) = i\frac{1}{2}\ln\left(\frac{\hat{r}_{-}}{\hat{r}_{+}}\right)$ (e)

# 複素カー回転を誘電率で表す(1)

○ 結果を先に述べておくと、式(b)と式(e)とから,次式を得ます.

 $\Phi_K \approx \frac{n_0 \varepsilon_{xy}}{\left(n_0^2 - \varepsilon_{xx}\right) \sqrt{\varepsilon_{xx}}}$ (12)

この式は、カー効果が誘電率の非対角成分 *Exy*に依存するばかりでなく、分母に来る対角成分 *Exx*にも大きく依存することを表している重要な式です。
 次のスライドで詳しい導き方を説明します。

式(12)の誘導 (b)  $\phi$  r±をN±を使って表し、N±に $\varepsilon_{rr}$ ±i $\varepsilon_{rr}$ を代入すると、  $\hat{r}_{\pm} = \frac{N_{\pm} - n_0}{N_{\pm} + n_0} \stackrel{>}{=} \frac{\sqrt{\varepsilon_{xx} \pm i\varepsilon_{xy}} - n_0}{\sqrt{\varepsilon_{xx} \pm i\varepsilon_{xy}} + n_0} \approx \frac{\sqrt{\varepsilon_{xx} \left(1 \pm i\varepsilon_{xy} / \varepsilon_{xx}\right)} - n_0}{\sqrt{\varepsilon_{xx} \left(1 \pm i\varepsilon_{xy} / \varepsilon_{xx}\right)} + n_0} = \frac{\sqrt{\varepsilon_{xx}} \left(1 \pm i\varepsilon_{xy} / 2\varepsilon_{xx}\right) - n_0}{\sqrt{\varepsilon_{xx}} \left(1 \pm i\varepsilon_{xy} / 2\varepsilon_{xx}\right) + n_0}$  $\frac{\sqrt{\varepsilon_{xx}} - n_0 \pm i\varepsilon_{xy} / 2\sqrt{\varepsilon_{xx}}}{\sqrt{\varepsilon_{xx}} + n_0 \pm i\varepsilon_{xy} / 2\sqrt{\varepsilon_{xx}}} = \frac{\sqrt{\varepsilon_{xx}} - n_0}{\sqrt{\varepsilon_{xx}} + n_0} \cdot \frac{1 \pm i\varepsilon_{xy} / 2\sqrt{\varepsilon_{xx}} \left(\sqrt{\varepsilon_{xx}} - n_0\right)}{1 \pm i\varepsilon_{xy} / 2\sqrt{\varepsilon_{xx}} \left(\sqrt{\varepsilon_{xx}} + n_0\right)} \approx \hat{r} \left\{ 1 \mp \frac{in_0 \varepsilon_{xy}}{\sqrt{\varepsilon_{xx}} \left(n_0^2 - \varepsilon_{xx}\right)} \right\}$  $\hat{r} = \left(\sqrt{\varepsilon_{rr}} - n_0\right) / \left(\sqrt{\varepsilon_{rr}} \, \mathbf{k}_n \, \mathbf$ (ここに、 が得られるので、式(e)に代入すると式(10)となる。  $\Phi_{K} = i\frac{1}{2}\ln\left(\frac{\hat{r}_{-}}{\hat{r}_{+}}\right) = i\frac{1}{2}\ln\left(\frac{\hat{r}\left(1 + \frac{in_{0}\varepsilon_{xy}}{\sqrt{\varepsilon_{xx}}\left(n_{0}^{2} - \varepsilon_{xx}\right)}\right)}{\hat{r}\left(1 - \frac{in_{0}\varepsilon_{xy}}{\sqrt{\varepsilon_{-}}\left(n_{0}^{2} - \varepsilon_{-}\right)}\right)}\right) \approx i\frac{1}{2}\ln\left(1 + \frac{i2n_{0}\varepsilon_{xy}}{\sqrt{\varepsilon_{xx}}\left(n_{0}^{2} - \varepsilon_{xx}\right)}\right) \approx \frac{n_{0}\varepsilon_{xy}}{\sqrt{\varepsilon_{xx}}\left(n_{0}^{2} - \varepsilon_{xx}\right)}$ 

# 複素カー回転を誘電率で表す(2)

o この式の対角成分 $\varepsilon_{xx}$ を光学定数 $n, \kappa$ によって表すと,  $\varepsilon_{xx} = \varepsilon'_{xx} + i\varepsilon''_{xx} = (n^2 - \kappa^2) + i2n\kappa$ 

と書けますから、(e)に代入して整理することによっ て、次のような面倒な式を得る。  $\theta_{\kappa} = n_{0} \frac{n(n_{0}^{2} - n^{2} + 3\kappa^{2})\varepsilon_{xy}' + \kappa(n_{0}^{2} - 3n^{2} + \kappa^{2})\varepsilon_{xy}'}{(n^{2} + \kappa^{2})(n_{0}^{2} - n^{2} - \kappa^{2})^{2} + 4\kappa^{2}}$ (f)  $\eta_{\kappa} = n_{0} \frac{-\kappa(n_{0}^{2} - 3n^{2} + \kappa^{2})\varepsilon_{xy}' + n(n_{0}^{2} - n^{2} + 3\kappa^{2})\varepsilon_{xy}'}{(n^{2} + \kappa^{2})(n_{0}^{2} - n^{2} - \kappa^{2})^{2} + 4\kappa^{2}}$ 

> カー回転角・楕円率は $\epsilon'xy$ と  $\epsilon''xy$ の1次結合で表される。

複素カー回転

$$\Phi_K \approx \frac{\varepsilon_{xy}}{\left(1 - \varepsilon_{xx}\right)\sqrt{\varepsilon_{xx}}}$$
(12)

 この式から、カー効果が誘電率の非対角成分ε<sub>xy</sub>
 に依存するばかりでなく、分母に来る対角成分 ε<sub>xx</sub>にも依存することがわかる.
# Kerr効果と誘電率

$$\begin{aligned} \theta_{K} &= n_{0} \frac{n \left(n_{0}^{2} - n^{2} + 3\kappa^{2}\right) \varepsilon_{xy}' + \kappa \left(n_{0}^{2} - 3n^{2} + \kappa^{2}\right) \varepsilon_{xy}''}{\left(n^{2} + \kappa^{2}\right) \left(n_{0}^{2} - n^{2} - \kappa^{2}\right)^{2} + 4n_{0}^{2} \kappa^{2}} \\ \eta_{K} &= n_{0} \frac{-\kappa \left(n_{0}^{2} - 3n^{2} + \kappa^{2}\right) \varepsilon_{xy}' + n \left(n_{0}^{2} - n^{2} + 3\kappa^{2}\right) \varepsilon_{xy}''}{\left(n^{2} + \kappa^{2}\right) \left(n_{0}^{2} - n^{2} - \kappa^{2}\right)^{2} + 4n_{0}^{2} \kappa^{2}} \end{aligned}$$



○ 磁化の向きが反射面内にあって,かつ光の入射面に 平行な場合を縦カー効果と称すいま、入射光がp偏 光で、入射面と反射面との交わる線をz軸とする、磁 化はz軸に平行であるとする.法線の方向をxとする. 入射角 とし,界面を透過した光の屈折角 とすると,複 素カー回転角 $\theta_{\rm K}$ は $r_{\rm sp}/r_{\rm pp}$ によって表される.ここに,  $r_{\rm sp}$ は入射p偏光成分に対し,反射s偏光成分が現れる比 率を表し、r<sub>pp</sub>は、入射p偏光に対しp偏光が反射される 比率を表す。誘電テンソルを用いて、次式で与えられ る。  $r_{pp} = \frac{\sqrt{\varepsilon_{xx}} \cos \varphi_0 - \cos \varphi_2}{\sqrt{\varepsilon_{xx}} \cos \varphi_0 + \cos \varphi_2}$ (13) $\varepsilon_{xy}\cos\varphi_0\sin\varphi_2$  $r_{sp} = \frac{1}{\varepsilon_{xx} \cos \varphi_2 (\sqrt{\varepsilon_{xx}} \cos \varphi_2 + \cos \varphi_0) (\sqrt{\varepsilon_{xx}} \cos \varphi_0 + \cos \varphi_2)}$ 



# 磁化の方向が入射面に垂直な場合,入射s偏光に対しては何らの効果も及ぼさない.p偏光を入射した場合にのみ,その反射強度が磁化に依存して変化する効果として現れる.この効果を横カー効果と呼ぶ.r<sub>pp</sub>の成分は生じないので偏光の回転は起きない.r<sub>pp</sub>を誘電テンソルの成分を使って表すと,

$$r_{pp} = \frac{\varepsilon_{xx}\cos\varphi_0 - \left(\cos\varphi_2 + \frac{\varepsilon_{xy}}{\varepsilon_{xx}}\sin\varphi_2\right)}{\varepsilon_{xx}\cos\varphi_0 + \left(\cos\varphi_2 + \frac{\varepsilon_{xy}}{\varepsilon_{xx}}\sin\varphi_2\right)}$$
(14)

反射光の強度は $|r_{pp}|^2$ に比例する. 磁化の効果は $\varepsilon_{xy}$ を通じて現れる.

# 2.2 磁気光学効果の物理

2.2.1 磁気光学効果の起源の古典電子論的説明2.2.2 磁気光学効果の量子論的起源

## 2.2.1磁気光学効果の起源の古典電子論的説明

 電子を古典的な粒子として扱い、磁場中の古典 的運動方程式を解いて電子の変位を求め、分 極や誘電率を計算する。

#### (光と磁気第4章4.1、4.2)

## 誘電率と電気分極

 
 ・物質中の電東密度はDは、真空中での電東密度ε₀E に物質の電気分極Pがもたらす電東密度を付け加え たものとなっている。

 $\boldsymbol{D} \equiv \widetilde{\boldsymbol{\varepsilon}} \boldsymbol{\varepsilon}_0 \boldsymbol{E} = \boldsymbol{\varepsilon}_0 \boldsymbol{E} + \boldsymbol{P} \quad (A1)$ 

○ 一般に、電気分極Pは印加電圧に依存し、電気感受率 テンソルを用いて、次式のように表せる。

$$\boldsymbol{P} = \varepsilon_0 \widetilde{\boldsymbol{\chi}} \boldsymbol{E} \tag{A2}$$

比誘電率テンソルは  $\tilde{\varepsilon} = 1 + \tilde{\chi}$  (A3) 成分で書くと  $\varepsilon_{ij} = \delta_{ij} + \chi_{ij}$  (A4)

# 電気分極は、電気双極子の総和

 
 ・ 電気分極Pは単位体積あたりの電気双極子の総和 を表しているので、電気双極子(電荷±q、距離u)密 度をNとすると、Pは次式であらわされる。

$$\boldsymbol{P} = N \boldsymbol{q} \boldsymbol{u} \tag{A5}$$

○したがって、電界Eを加えたときの電荷対の相対変位uを 見積もることができれば、電気感受率、ひいては、比誘電 率を求めることができる。

### 電界・磁界のもとにおける荷電粒子の運動

## ○ 古典力学の運動方程式を考える。

- 荷電粒子の電荷 q [C], 質量 m [kg]
- ●荷電粒子の変位 *u=(x, y, z*) [m]
- 慣性力 *md<sup>2</sup>u/dt<sup>2</sup>*
- 摩擦力 mγdu/dt
- Lorentzカ  $q(E+v \times B) = q(E+du/dt \times B)$



運動方程式 
$$m\frac{d^2u}{dt^2} + m\gamma\frac{du}{dt} + m\omega_0^2 u = q\left(E + \frac{du}{dt} \times B\right)$$
 (A6)  
 $B = (0,0,B)$  (磁界はz方向を向いているとする。)  
 $E = E_0 \exp(-i\omega t)$   $u = u_0 \exp(-i\omega t)$  (振動解を仮定する。)  
 $-m\omega^2 u - im\omega\gamma u + m\omega_0^2 u = q\left(E - i\omega u \times B\right)$  (A7)  
 $m\left(\omega^2 + i\omega\gamma - \omega_0^2\right)x - i\omega qBy = -qE_x$   
 $i\omega qBx + m\left(\omega^2 + i\omega\gamma - \omega_0^2\right)y = -qE_y$   
 $m\left(\omega^2 + i\omega\gamma - \omega_0^2\right)z = -qE_z$   
 $\omega v j = 2\pi dx$  (A8)

変位 uを求める  
○ 連立方程式を解いて、変位 u=(x, y, z)を求める。  

$$x = -\frac{q}{m} \frac{\omega^2 + i\omega\gamma - \omega_0^2}{\left(\omega^2 + i\omega\gamma - \omega_0^2\right)^2 - \omega^2 \omega_c^2} E_x - \frac{q}{m} \frac{i\omega\omega_c}{\left(\omega^2 + i\omega\gamma - \omega_0^2\right)^2 - \omega^2 \omega_c^2} E_y$$

$$y = \frac{q}{m} \frac{i\omega\omega_c}{\left(\omega^2 + i\omega\gamma - \omega_0^2\right)^2 - \omega^2 \omega_c^2} E_x - \frac{q}{m} \frac{\omega^2 + i\omega\gamma - \omega_0^2}{\left(\omega^2 + i\omega\gamma - \omega_0^2\right)^2 - \omega^2 \omega_c^2} E_y$$

$$z = -\frac{q}{m} \frac{1}{\omega^2 + i\omega\gamma - \omega_0^2} E_z$$

電気分極Pを求める  
• P=nquにより分極Pを求める。  

$$P_x = -\frac{nq^2}{m} \frac{\omega^2 + i\omega\gamma - \omega_0^2}{(\omega^2 + i\omega\gamma - \omega_0^2)^2 - \omega^2 \omega_c^2} E_x - \frac{nq^2}{m} \frac{i\omega\omega_c}{(\omega^2 + i\omega\gamma - \omega_0^2)^2 - \omega^2 \omega_c^2} E_y$$

$$P_y = \frac{nq^2}{m} \frac{i\omega\omega_c}{(\omega^2 + i\omega\gamma - \omega_0^2)^2 - \omega^2 \omega_c^2} E_x - \frac{nq^2}{m} \frac{\omega^2 + i\omega\gamma - \omega_0^2}{(\omega^2 + i\omega\gamma - \omega_0^2)^2 - \omega^2 \omega_c^2} E_y$$

$$P_z = -\frac{nq^2}{m} \frac{1}{\omega^2 + i\omega\gamma - \omega_0^2} E_z$$

$$\Box \equiv \omega_c = qB/m \quad \text{ithous}$$

誘電率に変換する

# 伝導率テンソルであらわすと

## ○ (16)式を σ で書き直すと

$$\sigma_{xx}(\omega) = i\omega \frac{nq^2}{m} \cdot \frac{\omega^2 + i\omega\gamma - \omega_0^2}{\left(\omega^2 + i\omega\gamma - \omega_0^2\right)^2 - \omega^2 \omega_c^2}$$
$$\sigma_{xy}(\omega) = -\frac{nq^2}{m\varepsilon_0} \cdot \frac{\omega^2 \omega_c}{\left(\omega^2 + i\omega\gamma - \omega_0^2\right)^2 - \omega^2 \omega_c^2}$$
$$\sigma_{zz}(\omega) = i\omega \frac{nq^2}{m\varepsilon_0} \cdot \frac{1}{\omega^2 + i\omega\gamma - \omega_0^2}$$

(A11)

# 磁界ゼロの場合:ローレンツの式

o B=0なので $\omega_c=0$ を代入するとLorentzの分散式が得られる。

$$\varepsilon_{xx}(\omega) = \varepsilon_{zz}(\omega) = 1 - \frac{nq^2}{m\varepsilon_0} \cdot \frac{1}{\omega^2 + i\omega\gamma - \omega_0^2} \quad (A12)$$

$$\varepsilon_{xy}(\omega) = 0 \quad (A12)$$

$$\varepsilon_{xx}(\omega) = 1 - \frac{nq^2}{m\varepsilon_0} \cdot \frac{\omega^2 - \omega_0^2}{(\omega^2 - \omega_0^2)^2 + \omega^2\gamma^2} \quad (A13)$$

$$\varepsilon_{xx}''(\omega) = \frac{nq^2}{m\varepsilon_0} \cdot \frac{\omega\gamma}{(\omega^2 - \omega_0^2)^2 + \omega^2\gamma^2} \quad (A13)$$



図4.1 束縛された電子の古典的運動方程式より 得られた誘電率テンソルの対角成分のス ペクトル

実線は実数部、点線は虚数部、

磁界がなく、束縛項もない場合:  
ドルーデの式  

$$\circ \omega_{c}=0, \omega_{0}=0$$
とおくとDrudeの式が得られる。  
 $\varepsilon_{xx}(\omega) = \varepsilon_{zz}(\omega) = 1 - \frac{nq^{2}}{m\varepsilon_{0}} \cdot \frac{1}{\omega(\omega+i\gamma)}$  (A14)  
 $\varepsilon_{xy}(\omega) = 0$   
 $\varepsilon'_{xx}(\omega) = 1 - \frac{nq^{2}}{m\varepsilon_{0}} \cdot \frac{1}{\omega^{2} + \gamma^{2}}$  (A15)  
 $\varepsilon''_{xx}(\omega) = \frac{nq^{2}}{m\varepsilon_{0}} \cdot \frac{\gamma}{\omega(\omega^{2} + \gamma^{2})}$  (A15)  
 $\omega=\omega\rho' \sigma$ とき実数部はゼロを横切ります。  $\square$  4.2 自由電子の古典的運動方程式より得られ

ω→0のとき虚数部は発散します。

図 4.2 自由電子の古典的運動方程式より得られた誘電率テンソルの対角成分のスペクトル,いわゆるドルーデ型のスペクトル実線は実数部,点線は虚数部.



Drudeの式で、ダンピング項γを0としたとき、εの実数部が0となる振動数を自由電子プラズマ振動数ωとよび下の式で求められる。



ダンピングのある場合のDrudeの式を*ω*を使って書き直すと

#### FAQ 金属中の電子はなぜ自由電子と見なせるのか

- 金属では、構成している原子が外殻電子を放出して結 晶全体に広がる電子の海を作っている。
- この電子の海による遮蔽効果で、原子核の正電荷からのクーロンポテンシャルは非常に弱められている。
- このため、電子はあたかも自由電子のように振る舞うのである。実際、有効質量もほとんど自由電子質量と一致すると言われている。



- 金属においては、原子同士が接近していて、外殻のs電子は 互いに重なり合い、各軌道は2個の電子しか収容できないの で膨大な数の分子軌道を形成している。
- 電子は、それらの分子軌道を自由に行き来し、もとの電子軌道から離れて結晶全体に広がります。これを非局在化という。
- 正の原子核と負の非局在電子の間には強い引力が働き、金属の凝集が起きる。
   この状態なたして、示っ

+ + + + +

+• + + + +

(+) (+)

(+)

+ + + +

(+)

+

(+)

(+)

(+)

(+) (+)

(+)

○ この状態を指して、電子
 の海に正の原子核が浮
 かんでいると表現される。

#### FAQ 自由電子とプラズマとの関係が分からない

- 金属は電子がたくさんあるが、全体としては中性である。これは、電子による負電荷の分布の中心と原子核の正電荷の中心が一致しているからである。
- 光の電界を受けて電子が+側に移動すると、一側に は正電荷が残される。この結果電気分極が生じるの であるが、このように正電荷と負電荷が空間的に分離 した状態をプラズマという。







佐藤勝昭:金色の石に魅せられて

## FAQ 貴金属の選択反射の原因

- 光は電磁波の一種である。つまりテレビやラジオの電波と 同じように電界と磁界が振動しながら伝わっていく。
- 金属中に光がはいると金属中に振動電界ができ、この電 界を受けて自由電子が加速され集団的に動く。
- 電子はマイナスの電荷を持っているので、電位の高い方に引き寄せられる。その結果電位の高い方にマイナスの 電荷がたまり、電位の低い側にプラスの電荷がたまって、
   電気分極が起きる。
- 外から金属に光の電界が進入しようとすると、逆向きの電気分極が生じて電界を遮蔽してしまって、光は金属中に入れない。光が入れないということは、いいかえれば、光が全部反射されてしまうということを意味する。

$$\sigma_{ij} = -i\omega\varepsilon_{0}(\varepsilon_{ij} - \delta_{ij})$$
により  

$$\sigma_{xx}(\omega) = -i\omega\varepsilon_{0}(\varepsilon_{zz} - 1) = \frac{i\omega\omega_{p}^{2}\varepsilon_{0}}{\omega^{2} - \omega_{c}^{2}}$$

$$\sigma_{xx}(\omega) = -i\omega\varepsilon_{0}\varepsilon_{0}\varepsilon_{0} = -\frac{\omega_{p}^{2}\omega_{c}}{\omega^{2} - \omega_{c}^{2}}$$
(A17)

$$\sigma_{xy}(\omega) = -i\omega\varepsilon_{0}\varepsilon_{xy} = -\frac{\omega_{p}^{2}\omega_{c}}{\omega^{2} - \omega_{c}^{2}}\varepsilon_{0}$$

$$\sigma_{zz}(\omega) = -i\omega\varepsilon_{0}(\varepsilon_{zz} - 1) = \frac{i\omega_{p}^{2}\varepsilon_{0}}{\omega}$$
(A)

#### **ホール効果** (直流において、自由電子のみを考え、磁界のある場合)

 DCにおいては、ω→0とすることにより、次式を得ます。σ<sub>xy</sub>はx方向に 電流が流れたときy方向に電圧が生じることを表していますから、まさ にホール効果を記述するものとなっています。

$$\sigma_{xx}(0) = \frac{nq^{2}}{m} \cdot \frac{\gamma}{\omega_{c}^{2} + \gamma^{2}} = nq \frac{q}{m\gamma} \frac{\gamma^{2}}{\omega_{c}^{2} + \gamma^{2}} = nq\mu \frac{\gamma^{2}}{\omega_{c}^{2} + \gamma^{2}} = \frac{\sigma_{0}}{(\omega_{c}/\gamma)^{2} + 1}$$

$$\sigma_{xy}(0) = -\frac{nq^{2}}{m} \cdot \frac{\omega_{c}}{\omega_{c}^{2} + \gamma^{2}} = -nq \frac{q}{m\gamma} \frac{\gamma\omega_{c}}{\omega_{c}^{2} + \gamma^{2}} = -\sigma_{0} \frac{\omega_{c}/\gamma}{(\omega_{c}/\gamma)^{2} + 1}$$

$$\sigma_{zz}(0) = \frac{nq^{2}}{m} \cdot \frac{1}{\gamma} = nq \frac{q}{m\gamma} = nq\mu = \sigma_{0}$$
(A18)

ここにσ<sub>0</sub>は直流伝導率です。抵抗率テンソルに変換すると次式になります。

$$\rho_{xx} = \rho_{zz} = \frac{1}{\sigma_0}$$

$$\rho_{xy} = R_H B$$
(A19)
$$\hat{\rho} = \begin{pmatrix} 1/\sigma_0 & -R_H B & 0 \\ R_H B & 1/\sigma_0 & 0 \\ 0 & 0 & 1/\sigma_0 \end{pmatrix}$$

#### 磁界がかかっており束縛項がない場合:マグネトプラズマ 共鳴



# 磁界がかかっていて, 束縛がなく, 散乱のない場合



(A 21)





図4.3 InSb のマグネトプラズマ反射スペクトル<sup>D</sup>

## Feの磁気光学効果は古典電子論で 説明できるか?

$$\varepsilon_{xy}(\omega) = -\frac{nq^2}{m\varepsilon_0} \cdot \frac{i\omega\omega_c}{\left(\omega^2 + i\omega\gamma - \omega_0^2\right)^2 - \omega^2\omega_c^2}$$
(A10)

○ 比誘電率の非対角成分の大きさ:最大5の程度 キャリア密度  $n = 10^{22} cm^{-3} = 10^{28} m^{-3}$  $h\omega = h\omega_0 = 2eV$   $h\gamma = 0.1eV$  → と仮定

B=3000Tという非現実的な磁界が必要

## ━> 磁気光学効果の量子論

●スピン軌道相互作用によって初めて説明可能

2.2.1 のまとめ

- ○古典電子論に従えば、誘電率テンソルの対角成 分、非対角成分ともLorentz型のスペクトルで 表されることが導かれました。
- ○磁気光学効果をもたらす非対角成分は、磁気に よるローレンツカから生じます。
- 強磁性体の磁気光学効果を説明するには、現 実には存在しないような強い内部磁界が存在す ると仮定しなければならないことがわかりました。

# 2.2.2磁気光学効果の量子論

- 電気分極と摂動論
- 時間を含む摂動論
- ○誘電率の対角成分の導出
- 誘電率の非対角成分の導出
- 磁気光学効果の物理的説明
- 磁気光学スペクトルの形状

## 量子論に向けて

- 古典電子論では、電子が原子核にバネで結びついているイ メージで説明しました。
- ○しかし、実際には、電子は原子核の付近にクーロンカで束縛 され、その軌道のエネルギーは、量子数で指定されるとびとび の値をとります。
- 誘電率とは、物質に電界が加わったときの分極のできやすさを表す物理量です。分極とは、電界によって電子の波動関数の分布の形がゆがみ、重心(負電荷)が原子核(正電荷)の位置からずれることを意味します。
- ・ 波動関数の分布のゆがみは、量子力学では、基底状態の波動関数に、励起状態の波動関数が混じり込むことによって生じます。この変化の様子を説明するのが「摂動論」です。

量子力学入門

- 量子力学では、電子は波動関数φで表される。
- 、波動関数の絶対値の2乗|φ|<sup>2</sup>が存在確率を与える。
- 電子の状態を記述するには、運動方程式の代わりに、シュ レーディンガーの波動方程式を用いる。
- シュレーディンガー方程式は、 $H \varphi = E \varphi$ と書く。 ここにHはハミルトニアン演算子、Eはエネルギーの固有値。
- ハミルトニアン演算子Hは、運動量演算子p、ポテンシャルエネ ルギー演算子Vを用いてH=-(1/2m)p<sup>2</sup>+Vとなる。ここにpは、

 $p = -ih\nabla$  によって表される演算子である。

■ 運動量の期待値は、pを $\varphi^* \ge \varphi^{\sigma}$ で挟み  $\langle p \rangle = \frac{\int \varphi^* p \varphi d\tau}{\int \varphi^* \varphi d\tau}$ 全空間で積分して求める。

## 電気分極と摂動論

- 電気分極とは、「電界によって正負の電荷がず れることにより誘起された電気双極子の単位体 積における総和」のことを表す。
- ○「電界の効果」を、電界を与える前の系(無摂動系)のハミルトニアンに対する「摂動」として扱う。
- ○「摂動を受けた場合の波動関数」を「無摂動系の 固有関数」の1次結合として展開。この波動関数 を用いて「電気双極子の期待値」を計算。

# 時間を含む摂動論(1)

無摂動系の基底状態の波動関数を $\phi_0(r)$ で表し, *○ j*番目の励起状態の波動関数を*ϕ<sub>i</sub>(r)* で表す. ○ 無摂動系のシュレーディンガー方程式  $\mathcal{H}_{0}\phi_{0}(r) = \hbar \omega_{0}\phi_{0}(r)$ (A7)  $\mathcal{H}_0\phi_i(r) = \hbar\omega_i\phi_i(r)$  ℋ₀は無摂動系のハミルトン演算子である。 *ħω<sub>i</sub>はj*番目の固有状態φ<sub>i</sub>(r)に対する固有エネルギーを表す。 ○ 光の電界E(t)= $E_0$ exp(-*i* $\omega t$ )+c.c. (c.c.=共役複素数) 共役複素数を加えるのは、電磁界の波動関数は実数だから。

付録参照

○ 摂動のハミルトニアン ℋ=qr・E(t)

時間を含む摂動論(2)

摂動を受けた系のシュレーディンガー方程式

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \psi(\mathbf{r}, t) = H\psi(\mathbf{r}, t) \equiv [H_0 + H']\psi(\mathbf{r}, t) \qquad (A8)$$

、この固有関数を、無摂動系の固有関数のセット( $\phi_n$ ;  $n=0,1,2,\cdots$ )で展開する。時間を含めるために $exp(-i\omega_n t)$ を付けておく。

$$\psi(r,t) = \phi_0(r) \exp(-i\omega_0 t) + \sum_i c_j(t)\phi_j(r) \exp(-i\omega_j t) \quad (A9)$$

 この式を式(4.23)に代入し、無摂動系の波動関数について成立 する式(4.22)を代入すると下記の展開係数c<sub>j</sub>(t)に関する微分方 程式がえられる。

$$i\hbar \sum_{j'} \frac{dc_{j'}(t)}{dt} \phi_{j'}(r) \exp(-i\omega_{j'}t) = H' \phi_0(r) \exp(-i\omega_0 t) + \sum_{j'} c_{j'}(t) \exp(-i\omega_{j'}t) H' \phi_{j'}(r)$$

時間を含む摂動論(3)

 $\mathcal{C}$ 

$$i\hbar\sum_{j'} \frac{dc_{j'}(t)}{dt} \phi_{j'}(\mathbf{r}) \exp(-i\omega_{j'}t) = H'\phi_{0}(r) \exp(-i\omega_{0}t) + \sum_{j'} c_{j'}(t) \exp(-i\omega_{0}t) H'\phi_{j'}(r)$$
  
左から  $\phi^{*}_{j}(r) \exp(i\omega_{j}t)$ をかけて、 $r = 0$ いて積分すると次式がえられる。  

$$i\hbar \frac{dc_{j}(t)}{dt} = \int dr \phi_{j}^{*}(r) \exp(i\omega_{j}t) H'\phi_{0}(r) \exp(-i\omega_{0}t) + \sum_{j'} c_{j'} \int dr \phi_{j}^{*}(r) \exp(i\omega_{0}t) H'\phi_{j'}(r) \exp(-i\omega_{j'}t) = \langle j|H|0\rangle \exp(i(\omega_{j}-\omega_{0})t) + \sum_{j'} c_{j'} \delta_{jj'} \langle j|H'|j\rangle \exp(i(\omega_{j}-\omega_{j'})t) = \langle j|H|0\rangle \exp(i\omega_{j0}t)$$
(A10)  

$$= (j|H'|0\rangle \text{ it $\vec{\tau}$} \cdot \tau \exists y \neq 0$$

$$= \langle j|H'|0\rangle \text{ it $\vec{\tau}$} \cdot \tau \exists y \neq 0$$

$$= \langle j|H'|0\rangle \text{ it $\vec{\tau}$} \cdot \tau \exists y \neq 0$$

$$= \langle j|H'|0\rangle \text{ it $\vec{\tau}$} \cdot \tau \exists y \neq 0$$

$$= \langle j|H'|0\rangle \text{ it $\vec{\tau}$} \cdot \tau \exists y \neq 0$$

$$= \langle j|H'|0\rangle \text{ it $\vec{\tau}$} \cdot \tau \exists y \neq 0$$

0

$$i\hbar \frac{dc_{j}(t)}{dt} = \langle j | H' | 0 \rangle \exp(i\omega_{j0}t) \equiv q \langle j | \mathbf{r} | 0 \rangle \cdot \mathbf{E}(t) \exp(i\omega_{j0}t)$$
  
式(4.25)を積分することにより式(4.24)の展開係数 $c_{j}(t)$ が求められる。  
  
遷移行列  

$$c_{xj}(t) = (i\hbar)^{-1} \int_{0}^{t} q \langle j | \mathbf{x} | 0 \rangle E_{0x} [\exp(i\omega t) + cc.] \exp(i\omega_{j0}t) dt$$
  

$$= qE_{x0} \langle j | \mathbf{x} | 0 \rangle \left[ \frac{1 - \exp(i(\omega + \omega_{j0})t)}{\hbar(\omega + \omega_{j0})} + \frac{1 - \exp(i(-\omega + \omega_{j0})t)}{\hbar(-\omega + \omega_{j0})} \right]$$
(A11)

○ この係数は、摂動を受けて、励起状態の波動関数が基底状態の波動関数に混じり込んでくる度合いを表している。

$$\psi(r,t) = \phi_0(r) \exp(-i\omega_0 t) + \sum_j c_j(t) \phi_j(r) \exp(-i\omega_j t) \quad (A9)$$
  
基底状態 |0> 励起状態 |j>
#### 誘電率の対角成分の導出(1)

電気分極Pの期待値を計算 (入射光の角周波数と同じ成分)  $c_{xj}(t) = eE_{x0}\langle j|x|0\rangle \frac{1 - \exp((\omega + \omega_{j0})t)}{\hbar(\omega + \omega_{j0})} + \frac{1 - \exp((-\omega + \omega_{j0})t)}{\hbar(-\omega + \omega_{j0})}$  $\langle P_x \rangle = \langle Nqx(t) \rangle = Nq \int \Psi * x \Psi dx$ =  $Nq \sum \left[ \langle 0|x|0 \rangle + \langle j|x|0 \rangle c_{xj}(t) \exp(i\omega_{j0}t) + \langle 0|x|j \rangle c_{xj} * (t) \exp(-i\omega_{j0}t) + \cdots \right]$  $= Nq^{2} \left| \sum_{j} \frac{\left| \langle j | x | 0 \rangle \right|^{2}}{\hbar} \cdot \left( \frac{1}{\omega_{j_{0}} - \omega} + \frac{1}{\omega_{j_{0}} + \omega} \right) \right| E_{x}(t)$ (A12)  $P_{x}(\omega) = \chi_{xx}(\omega) \varepsilon_{0} E_{x}$  $\chi_{xx}(\omega) = \frac{Nq^2}{\hbar\varepsilon_0} \sum_{j} \left| \left\langle j | x | 0 \right\rangle \right|^2 \left| \frac{1}{\omega_{j0} - \omega} + \frac{1}{\omega_{j0} + \omega} \right|$ (A13)

誘電率の対角成分の導出(1)  
• ここで有限の寿命を考え、
$$\omega \rightarrow \omega + i\gamma$$
の置き換えをする。  
 $\chi_{xx}(\omega) = \frac{Nq^2}{m\varepsilon_0} \sum_j m |\langle j | x | 0 \rangle|^2 \left[ \frac{1}{\hbar(\omega_{j0} - \omega - i\gamma)} + \frac{1}{\hbar(\omega_{j0} + \omega + i\gamma)} \right]$   
 $= \frac{Ne^2}{m\varepsilon_0} \sum_j f_{xj} \frac{1}{\omega_{j0}^2 - (\omega + i\gamma)^2}$  (A17)  
 $f_{xj} = 2m\omega_{j0} |\langle j | x | 0 \rangle|^2 / \hbar$  (A18) ここに $f_{xy}$ は直線偏光の振動子強度である。  
• 誘電率に変換しますと、対角成分は次式のようになる。  
 $\varepsilon_{xx}(\omega) = 1 + \frac{Ne^2}{m\varepsilon_0} \sum_j f_{xj} \frac{(\omega_{j0}^2 - \omega^2 + \gamma^2) + 2i\gamma\omega}{(\omega_{j0}^2 - \omega^2 + \gamma^2)^2 + 4\gamma^2\omega^2}$  (A19)

#### 誘電率の非対角成分の導出(1)

非対角成分: $y方向の電界がE_y(t)が印加されたときの、分極Pのx成分の期待値
摂動後の波動関数$ 

$$\chi_{xy}(\omega) = \frac{\chi_{xy}(\omega) + \chi_{xy}^*(-\omega)}{2} = \frac{Nq^2}{2} \sum_{j} \left( \frac{\langle 0|y|j\rangle\langle j|x|0\rangle}{\hbar(\omega_{j0} - \omega)} + \frac{\langle 0|x|j\rangle\langle j|y|0\rangle}{\hbar(\omega_{j0} + \omega)} \right)$$

$$x^{\pm} = (x \pm iy)/\sqrt{2}$$
 という置き換えをすると若干の近似のもとで  

$$\chi_{xy}(\omega) = \frac{Nq^2}{2i\varepsilon_0\hbar} \sum_{j} \omega_{j0} \frac{\left| \langle 0 | x^+ | j \rangle \right|^2 - \left| \langle 0 | x^- | j \rangle \right|^2}{\omega_{j0}^2 - \omega^2}$$
(A21)

となる。

 $\left|\left\langle 0\left|x^{\pm}\right|j\right
ight
angle^{2}$  右および左円偏光により基底状態|0>から、励起状態|j>に遷移する確率 円偏光についての振動子強度を $f_{jo}^{\pm} = \frac{m\omega_{j0}\left|\left\langle j\left|x^{\pm}\right|0\right
ight
angle^{2}}{\hbar}$  (A22) と定義すると

$$\varepsilon_{xy} = \chi_{xy}(\omega) = -i\frac{Nq^2}{2m\varepsilon_0}\sum_{j}\frac{f_{j0}^+ - f_{j0}^-}{\omega_{j0}^2 - (\omega + i\gamma)^2}$$
(A24)

が得られる。

# 磁化の存在がどう寄与するか

- 磁化が存在するとスピン状態が分裂する。
  - しかし左右円偏光の選択則には影響しない。
- スピン軌道相互作用があって初めて軌道状態の分裂に 結びつく。
- 右(左)回り光吸収は右(左)回り電子運動を誘起する。
- 以下では、磁気光学の量子論を図を使って説明する。





#### スピン軌道相互作用の重要性

 ○ 磁化があるだけでは、軌道状態は分裂しません。スピン軌道相互 作用があるために





#### 磁気光学スペクトルの形(1)局在電子系

- 磁気光学効果スペクトルは式(4.38)をきちんと計算すれば, 説明できるはずのものだが,単純化するために、遷移の性質 により、典型的な2つの場合にわけている。
- 励起状態がスピン軌道相互作用で分かれた2つの電子準位 からなる場合は、伝統的に反磁性項と呼ぶ。
- 一方、励起電子準位が1つで、基底状態との間の左右円偏 光による光学遷移確率異なる場合は、伝統的に常磁性項と よぶ。



#### 反磁性スペクトルの誘電率の式

 ○図(a)のような準位図を考えたときの誘電率の 非対角成分は次式になる。

$$\varepsilon_{xy}' = \frac{Ne^2 f_0 \Delta_{so}}{2m\varepsilon_0 \omega \tau} \cdot \frac{\omega_0 - \omega}{\left((\omega_0 - \omega)^2 + \gamma^2\right)^2}$$

$$\varepsilon_{xy}'' = -\frac{Ne^2 f_0 \Delta_{so}}{4m\varepsilon_0 \omega} \cdot \frac{(\omega_0 - \omega)^2 - \gamma^2}{\left\{ (\omega_0 - \omega)^2 + \gamma^2 \right\}^2}$$

これを図示したのが図(b)の実線である。すなわち、 $\varepsilon_{xy}$ の実数部は分散型、虚数部は両側に翼のあるベル型となる。

#### 誘電率の非対角成分のピーク値

大きな磁気光学効果を示す物質では、ほとんど、ここに述べた反磁性型スペクトルとなっている。 $\omega = \omega_0$ において $\epsilon xy$ "のピーク値は

$$\varepsilon''_{xy}\Big|_{peak} = \frac{Ne^{-2} f \Delta_{SO}}{4 m \varepsilon_0 \omega \gamma^{-2}}$$

鉄の場合:  $N=10^{28}$ m<sup>-3</sup>,  $f_0=1$ ,  $\hbar \Delta_{so}=0.05$ eV,  $\hbar \omega_0=2$ eV,  $\hbar / \tau=0.1$ eVという常識的な値を代入 $\varepsilon_{xy}$ ''|<sub>peak</sub>=3.5を得る。

# 大きな磁気光学効果を持つ条件: ・光学遷移の振動子強度 f が大きい ・スピン軌道相互作用が大きい ・遷移のピーク幅が狭い



 ○図(a)に示すように、基底状態にも励起状態にも分裂はないが、両状態間の遷移の振動子強度f+とf-とに差∆f がある場合を考える。



#### 常磁性スペクトルの誘電率の式

 この場合の誘電率を実数部・虚数部に分けて書くと次の 式になる。

$$\varepsilon_{xy}' = \frac{Ne^2 \Delta f}{m\varepsilon_0 \tau} \cdot \frac{\omega_0}{\left(\omega_0^2 - \omega^2 + \gamma^2\right)^2 + 4\omega^2 \gamma^2}$$

$$\varepsilon_{xy}'' = \frac{-Ne^2 \Delta f}{2m\varepsilon_0} \cdot \frac{\omega_0 \left(\omega_0^2 - \omega^2 + \gamma^2\right)}{\omega \left\{ \left(\omega_0^2 - \omega^2 + \gamma^2\right)^2 + 4\omega^2 \gamma^2 \right\}}$$

これを図示したのが図(b)の実線である。すなわち, ε<sub>xy</sub>の実 数部が(翼のない)ベル型, 虚数部が分散型を示す。

#### 2.2.2 のまとめ

- 量子論にもとづいて誘電率テンソルの非対角成分の実 数部、虚数部を導いた。
- 強磁性体の大きな磁気光学効果は、交換相互作用とス ピン軌道相互作用がともに起きることによって生じてい ることがわかった。
- ○磁気光学スペクトルの形状は電子状態間の円偏光による電子双極子遷移の重ね合わせで説明でき、第1原理 バンド計算によって実験結果が再現されることを学んだ。

## 3.磁気光学効果の応用

#### 3.1 光磁気ディスク

- 原理
- 媒体の構造と磁気特性
- 記録のメカニズム
- 光強度変調と磁界変調
- 磁気誘起超解像
- 磁区応答•磁壁移動
- 近接場
- 光磁気ハイブリッド記録

- 3.2 光アイソレータ
- 3.3 電流磁界センサ
- 3.4 非接触磁気イメージング

3.1光磁気ディスク

- 記録: 熱磁気(キュリー温度)記録
  - 光を用いてアクセスする磁気記録
- 再生: 磁気光学効果
  - 磁化に応じた偏光の回転を電気信号に変換
- MO, MDに利用
- 互換性が高い
- 書き替え耐性高い:1000万回以上
- ドライブが複雑(偏光光学系と磁気系が必要)
- MSR, MAMMOS, DWDDなど新現象の有効利用可能
- ハイブリッド磁気記録の要素技術となる

# 光磁気記録の歴史

- b 1962 Conger, Tomlinson 光磁気メモリを提案
- 1967 Mee Fan ビームアドレス方式の光磁気記録の提案
- 1971 Argard (Honeywel) MnBi薄膜を媒体としたMOディスクを発表
- 1972 Suits(IBM) EuO薄膜を利用したMOディスクを試作
- 🕤 1973 Chaudhari(IBM) アモルファスGdCo薄膜に熱磁気記録(補償温度記録)
- 1976 Sakurai(阪大) アモルファスTbFe薄膜にキュリー温度記録
- 1980 Imamura(KDD) TbFe系薄膜を利用したMOディスクを発表
- 1981 Togami(NHK) GdCo系薄膜MOディスクにTV動画像を記録
- 1988 各社 5"MOディスク(両面650MB)発売開始
- 1889 各社
   3.3 "MOディスク(片面128MB)発売開始
- 1991 Aratani(Sony) MSR(磁気誘起超解像)を発表
- o 1992 Sony
- o 1997 Sanyo他
- 1998 Fujitsu他
- o 2001 Sanyo
- 2002 Canon-松下
- o 2004 Sony

- MD(ミニディスク)を商品化
- o他 ASMO(5"片面6GB:L/G, MFM/MSR)規格発表
  - GIGAMO(3.5"片面1.3GB)発売開始
    - ディジカメ用iD-Photo(2", 780MB)発売
    - ハンディカメラ用2"3GBディスク発表
    - Hi-MD発表

# 3.1.2 光磁気ディスク媒体の構造 と磁気特性



## 光磁気ディスクの構造

○ 図は3.5"光磁気ディスクの構造を模式的に示し ている、プラスチックの溝付き基板に、保護膜と して透明な誘電体の薄膜が蒸着され、その上に 光磁気記録用磁性膜がスパッタ法によってつけ られており、さらに、保護膜とAIなどの反射膜で 覆われている. それぞれの膜厚は0.1 *u* m程度 である.オーバライト(重ね書き)用や,磁気誘起 超解像(MSR)用のものでは、磁性膜の部分を さらに細分化した複合膜構造のものが使われる. 反射層の上を樹脂で保護しディスクに仕上げる

## 光磁気記録材料への要請

- 光磁気記録に用いる材料は、熱磁気記録特性と磁気
   光学再生特性の両方の要請を満たしていなければならない。
  - 磁気特性から見た場合,磁化が膜面に垂直に向いており 小さな磁区が安定に存在できるために垂直磁気異方性エ ネルギーKuが反磁界の静磁エネルギー2πMs2より大きく, さらに磁化Msと保磁力Hcの積が大きいことが必要である. これは最小円筒磁区の寸法dがMs・Hc積に逆比例するか らである.
  - また、記録したマークを効率よく読み出すためには、媒体の再生性能が高いことと、媒体の表面が一様であることが要求される。

#### アモルファスR-TM膜

光磁気材料にはaR-TM(アモルファス希土類遷移金属)薄膜が使われている.アモルファス材料は,大面積を均一に作ることができること,低基板温度で製膜するのでプラスチック基板が使えること,粒界がなくノイズレベルが低いことなどの特徴をもつ.またaR-TM薄膜には垂直磁化膜なので記録密度の向上が見込めること,極カー回転が比較的大きいこと,キュリー温度が低く弱いレーザでも十分な記録感度をとれること,補償温度をもち室温付近で記録磁区が安定であるなど多くの長所がある.

# TbFeCoの補償特性

- O TbFeCoの磁化の温度依存性は実線で示すようにM<sub>Th</sub>と M<sub>tecc</sub>とは温度依存性が異なるので、両者を合成した全磁化Ms(太い実線)には両者が打ち消しあってゼロとなる温度が存在する.この温度を補償温度(T<sub>conc</sub>)と称している.T<sub>conc</sub>以上ではTMの磁化が優勢となり全体の磁化の向きはTMの磁化と同じ向きになるのに対し、T<sub>conc</sub>以上では、Rの磁化が優勢となり全体の磁化はRの磁化方向を向くので、Rと反強磁性的に結合しているTMの磁化は全体の磁化とは逆方向になる.T<sub>conc</sub>が室温付近にくるもの(Rが約25%)を補償組成、T<sub>comp</sub>が室温より高いものを希生類リッチ組成、低いものを遷移金属リッチ組成と呼ぶ.
- 図に見られるように、全磁化MsはT<sub>comp</sub>以上でいったん上昇した後緩やかに減少し、キュリー 温度(200°C程度)以上になると消失する。



#### アモルファスR-TM合金の垂直磁気異方性

- アモルファスR-TM合金の垂直磁気異方性については、
   図に示すように希土類の種類を変えること大幅に変化することから、Rの1イオン異方性が寄与している
   ことがわかる.
- また、スパッタ製膜時にできるR-Rの原子対が 軌道の異方性をもたらし、 スピン軌道相互作用を通じて磁気異方性に寄与しているということも知られている。



R-Co膜におけるRと磁気異方性の関係

## aR-TM合金の磁気光学スペクトル

○ アモルファスR-TM合金の磁 800 600 400nm 気光学スペクトルについて は、光磁気記録に用いられ 30 -15 ている光源の波長680nm 20 Ø<sub>K</sub> 一回転角 ø<sub>K</sub> (分) 10 に対して磁気光学効果は主 10 としてTMから生じているの で、Tcompにおいては全体 R の磁化がゼロであるにもか  $\eta_{\rm K}$ -5 -10かわらず.磁気光学効果が -10 -20 観測される. 2 3

カー楕円率 $\eta_{\mathbf{K}}(分)$ 

エネルギー(eV)

aGdCoのカー効果

のスペクトル

## 3.1.3 記録のメカニズム

○レーザ光をレンズで集め磁性体を加熱
 ○キュリー温度以上になると磁化を消失
 ○ 冷却時にコイルからの磁界を受けて記録





# レーザ光の集光とスポットサイズ



## 補償温度(Tcomp)の利用

- M
   Tb

   FeCo
   M

   室温
   Tcomp Tc T

Hc





TbFeCo系の場合、補償温度が室温付近に来る よう膜組成が制御されているため、図に示すよう に、室温付近でのMsが小さく、従って、Hcが大 きいので、超常磁性効果に対して有効である。

## 光磁気記録 情報の読み出し

○ 磁化に応じた偏光の回転を検出し電気に変換











# MOドライブの光ヘッド



# 3.1.4 光強度変調と磁界変調







(a)光強度変調



(b)磁界変調
## 光ディスク高密度化の戦略

- 回折限界の範囲で
  - 短波長光源の使用:青紫色レーザの採用
  - 高NAレンズの採用:NA=0.85
  - 多層構造を使う
- 回折限界を超えて
  - 超解像技術を使う
    - ○磁気誘起超解像:GIGAMOに採用されている技術
    - MAMMOS, DWDD:磁気超解像を強化する技術
  - 近接場を使う
    - SILの採用
    - Super-RENS
    - o Bow-tie antenna

## 3.1.5 磁気誘起超解像技術(MSR)

- ・ 光磁気記録では、磁気誘起超解像(MSR)技術が実用化されており、これを採用したGIGAMOでは、λ=650 nm(赤色レーザ)を用いて回折限界を超える直径0.3µmのマークを読みとっている[1]。直径3.5"のGIGAMOの記録密度は2.5 Gb/in<sup>2</sup>程度である。
- 次世代規格であるASMOでは磁界変調記録法を採用する ことにより0.235 µmの小さなマークを記録することが可能で、 面記録密度としては約4.6 Gb/in<sup>2</sup>程度となる[2]。
  - [1] M. Moribe, M. Maeda, H. Nakayama, M. Yoshida, and K. Shono: *Digest ISOM'01, Th-I-01, Taipei, 2001*.
  - [2] S. Sumi, A. Takahashi and T. Watanabe: J. Magn. Soc. Jpn. 23, Suppl. S1 (1999) 173

#### MSR 方式の 図 解



# 3.1.6 磁気機能を利用した信号増大

 光磁気記録においてさらに小さなマークを十分な SN比を以て光学的に読みとる方法として、磁区拡 大再生(MAMMOS)および磁壁移動再生 (DWDD)という技術が開発された。これらは、光磁 気記録特有の再生技術である。

## MAMMOS

 MAMMOSでは記録層から読み出し層に転写する際に 磁界によって磁区を拡大して、レーザー光の有効利用 を図り信号強度を稼いでいる[1]。原理的にはこの技術 を用いて100 Gb/in<sup>2</sup>の記録密度が達成できるはずで、 実験室レベルで64 Gb/in<sup>2</sup>程度までは実証されている ようである[2]。無磁界MAMMOSも開発されている。

[1] H. Awano, S. Ohnuki, H. Shirai, and N. Ohta: Appl. Phys. Lett. 69 (1996) 4257.

A. Itoh, N.Ohta, T. Uchiyama, A. Takahashi, M. Mieda, N. Iketani, Y. Uchihara, M. Nakata, K. Tezuka, H. Awano, S. Imai, and K. Nakagawa: *Digest MORIS/APDSC2000, Oct. 30- Nov. 2, Nagoya*, p. 90.







## DWDD

- DWDDも記録層から読み出し層に転写する点はMAMMOSと同じであるが、転写された磁区を読み出し層の温度勾配を利用して磁壁を移動させて拡大するので、磁界を必要としない[1]。
   ソニーは2004年にDWDDを用いたHi-MD(1GB)を発売した。 [2]
- また、松下が新規格のハンディビデオ用MO(2", 3GB)として商品化を検討した経過がある[3]。
- [1] T. Shiratori, E. Fujii, Y. Miyaoka, and Y. Hozumi: *Proc. MORIS1997*, J. Magn. Soc. Jpn. 22, Suppl.S2 (1997) 47.
- [2]伊藤大貴:日経エレクトロニクス204.2.2, p.28
- M. Birukawa, Y. Hino, K. Nishikiori, K. Uchida, T. Shiratori, T. Hiroki, Y. Miyaoka and Y. Hozumi: *Proc. MORIS2002*, Trans. Magn. Soc. Jpn. 2 (2002) 273

## DWDD(磁壁移動検出)

室温状態では、「記録層」の記録マークは、中間の「スイッチング層」を介し、「移動層」に交換結合力で転写されている。

- 再生光スポットをディスクの記録トラックに照射することにより昇 温し、中間の「スイッチング層」のキュリー温度以上の領域では磁 化が消滅し、各層間に働いていた交換結合力が解消。
- 移動層に転写されていたマークを保持しておく力の一つである交換結合力が解消されることで、記録マークを形成する磁区の周りの磁壁が、磁壁のエネルギーが小さくなる高い温度領域に移動し、小さな記録マークが拡大される

まるでゴムで引っぱられるように、移動層に転写されている磁区の端(磁壁)が移動。磁壁移動検出方式という名称は、ここから発想されました。読み出しの時だけ、記録メディアの方が、記録層に記録された微小な記録マークを虫眼鏡で拡大するかのようにふるまうので、レーザービームスポット径より高密度に記録されていても読み取ることが可能になるわけだ。



#### 原理的には再生上の分解能の限界がない。



# DWDDディスク





## 3.1.7光磁気ハイブリッド記録

- 磁気記録密度が1Tb/in2を超えるには、マークサイズ は25nm×25nm (アスペクト比を1:2として、 18nm×35nm)にまで縮小しなければならない。
- 熱的安定性を保証するには大きな保磁力をもたせなければならないが、それでは、ヘッドによる記録が困難になる。これを解決する方法としていくつかの提案がされている。
- 保磁力の大きな媒体にどのようにして記録するのかという課題への1つの回答がパターンドメディア技術であるが、もう1つの回答が熱アシスト磁気記録である.

### 熱磁気記録/磁束検出法



## MOディスクでは室温のHc>8-20kOe

- この目的に, MOディスク, ミニディスク(MD)技術として 確立した熱磁気記録技術が利用可能である.
- 実際に市販されているMDでは、アモルファスTbFeCo 材料を用い、キュリー点記録時の温度は250°Cくらい、 記録用磁界はたったの200 Oeであるが、室温でのHc はなんと8-20 kOe以上と巨大である.
- 熱磁気記録に用いられる媒体としては、室温付近で大きなHcを示し、温度上昇とともに通常の磁気ヘッドで記録できる程度にHcが減少する媒体が望ましい。

## MO媒体を用いたハイブリッド記録

- 現行MO媒体であるTbFeCo系の場合,補償温度が室温付近に来るよう膜組成が制御されているため,室温付近でのMsが小さく,Hcが大きいので,超常磁性効果に対して有効であるが、Msが小さいので、GMRヘッドを用いた磁気読み出しにおいては不利である.
- 一つの解決法が,記録層と再生層の分離である.再生層の補償温度を記録層より高温側にシフトさせることにより,磁気ヘッドで再生するのに十分な磁化を得ることができる.
- もう一つの解決法が、再生の際にも熱アシストを行って、加熱された部分を補償温度からずらしMsを強めて読み出す方法である。再生トラックが複数のトラックにまたがっていても、加熱された部分のみヘッドに磁束を届けることができるので、微小領域の選択にも好都合である。

## 粒子状媒体を用いたハイブリッド記録

- 一方, 粒子状媒体であるCoCr系媒体における磁気異 方性は室温からの温度上昇とともに急激に低下するの で, ns程度の短時間加熱することによって, 弱い磁界で も磁化反転できるくらいまで一時的にHcを低下させるこ とができる. これにより, 高保磁力媒体に記録すること が可能になる.
- この媒体の磁化が超常磁性により失われる様子は、時間の指数関数となるので、加熱はできるだけ短時間に、かつ局所的になされなければならない、従って、媒体の設計に当たっては、結晶粒の配向制御によるKuの制御、キュリー温度の制御とともに、熱的な設計が重要性をもっている。

## 回折限界を超える狭い領域に集光するには

o SIL (solid immersion lens)の利用

- 屈折率の高い媒質の半球または超半球レンズにより 小さなスポットに集光
- 近接場光も利用
- ○近接場の利用
  - 微小開口
  - ボウタイヘッド
  - ナノビーク
  - ILESヘッド

# SIL (solid immersion lens)とは



*R. Gambino and T.Suzuki: Magneto-Optical Recording Materilas (IEEE Press, 1999)* 



- ○図(a)に示す半球型SILを用いればスポットサイズをレンズ 光学系の屈折率分の1に,図(b)に示す超半球SILでは屈折 率の二乗分の1に縮小できる.
- SILの近傍には伝搬光とともにエバネセント場が存在するの で近接場を使って大きなエネルギーを取り出せる.
- 解像度を上げるにはスライダーと媒体の距離を100nm以下 にする必要がある。
- 光導波路にレンズを作り込むことも研究されている.





- 微小開口を利用して小さなスポットを作る試みが行われている。金属で光学素子を覆い、その金属に波長よりかなり小さな開口を設ける方法により微小光スポットが得られる。微細孔は金属をFIB加工することによって得られる。この方法により得られる光のスポットではエネルギー密度を大きくできないという問題点がある。
- これを解決し強いエネルギーの微小な光スポットを得る 方法が、プラズモンによるエンハンスメントである。
   Ebbesenらは、微小開口の周りに同心円状に配置した 金属リングによりプラズモンエンハンスメントで入射光より強い光が透過することを示した。この技術を用いれば、 高い効率で近接場光を利用できる。

## 同心円凹凸構造をもつ微小開口による プラズモンエンハンスメント



Hole diameter (nm)

http://www.foresight.org/Conferences/MNT9/Papers/Lewen/



 近接場光のエネルギー密度をエンハンスするもう1つの方法が、 図に示すようなボウタイ(蝶ネクタイ)型アンテナによる電磁場の集 中である. Groberらは、マイクロ波周波数に対しこの形のアンテ ナの中心部に電界の集中が起きることを検証し、光の周波数に対 しても使用できると提案した. Matsumoto らは、電磁界計算を行 い、ボウタイアンテナのギャップ程度の領域に光強度が集中してい ることを明らかにしている.



## 金属パターンを利用した近接場ヘッド (2)ナノビークヘッド

- 図のような三角形状の金属パターン (ナノビーク)にX方向に偏光した光 を入射すると金属プレート内の電荷 が光の偏光方向に振動するが、頂 点部に電荷が集中し、頂点付近に 局在した強い近接場光が発生する。
- 特に電子振動がプラズモン共鳴状態になるよう入射光の波長を合わせると、頂点には非常に強い近接場光が発生する。
- 金属プレートの表面には、頂点を除いてリセスを形成する。これによりより小さな部分に近接場光を集中できる。



T.Matsumoto et al., JJAP 95 (2004) 3901 T.Matsumoto et al., Opt. Lett. 31 (2006) 259

ILESヘッド

- ナノサイズ領域で微小光
   スポットと磁場を発生でき、
   かつ光学的エンハンス効
   果をもつコイル付き表面プ
   ラズモンヘッド
- 段差加工された石英基板 上にAuを用いて構成
- ナノロッドの片方のみ媒体
   に近づけて光強度の強い
   近接場のみを媒体に照射
   する。

渡辺哲、本郷一泰:MSJ第158回研究会資料



## ILESヘッドのAuコイルの働き

- Auコイルには2つの機能がある

   記録磁界を発生させること
   入射光を局所的に増強すること
   スリット間隔aを適当に選ぶと、開口部センター付近に入射光と反射光の干渉で強 Electric current い光が得られる。
- メタルロッドを置き、aを最適化すると、コ イルがない場合に比べ2.2倍の増強が得られる。
- ピコスライダにLDとILESを載せたヘッドを 試作





ハイブリッドヘッド(記録・再生の最適な組合せ)



3.2 光アイソレータ

- 光ファイバ通信網における光源である半導体レーザ (LD)は、ファイバ通信網のコネクタや分岐点などから反 射された戻りビームが入射すると、発振が不安定となる ほか、波形歪みを生じノイズを発生する。
- その対策としてはLDのすぐ後に戻りビームをカットする ためのアイソレータを挿入することが有効である. 光伝 送には光ファイバの伝送損失が最も少ない1.3µmお よび1.55µmの赤外光LDが用いられるので, この波 長帯で透明な磁性ガーネット結晶のファラデー効果が利 用される.

## 半導体レーザモジュール用アイソレータ



## 偏光依存アイソレータ

- 偏光依存光アイソレータの構成を図に示す.すなわち、2枚の偏光子P1、 P2の間にファラデー旋光子Fをはさみ、孔あき永久磁石中におき光の進行 方向と平行に磁界をかけたものである.この磁界は旋光子の磁区を揃えて 単一磁区にするためのものである.
- 入射光は偏光子P1によって直線偏光にされ、ファラデー旋光子Fを透過する.入射直線偏光はこの旋光子によって正確に45°の回転を受け、透過方向が鉛直から45°傾けておかれた第2の偏光子(検光子)P2を通してファイバなどの光学系に導かれる.
- 戻り光はさまざまの偏光成分をもっているが、このうち鉛直から45°傾いた 成分のみがP2を透過する、この偏光成分は、旋光子Fによってさらに45° の旋光を受けP1の透過方向とは垂直に向いた偏光となるため、光源側に は光が戻らない。



## 光増幅器とアイソレータ

- 光通信のさらなる大容量・高ビットレート化に応えるために光増幅器 (光ファイバアンプ)が開発され、急速に普及した。
- 光増幅器とは、希土類を添加した光ファイバにポンプ光を供給し、希 土類の励起状態を反転分布状態にしておき、入射した1.55µmの信 号光により誘導放出を起こし信号光を増幅するデバイスである。
- 希土類としてErを用いたEDFA(Erbium doped fiber amplifier) が主流である。このデバイスは、原理からみてもわかるように一種の レーザであるから、安定な動作のためには、前後および光ポンプ用 LD部に光アイソレータを挿入する必要がある。
- アイソレータには、偏光依存性がないものが使われる。光ファイバ出力光は偏光状態が不定であるからである。

光ファイバ増幅器と アイソレータ



## 偏光無依存アイソレータ

- 偏光無依存アイソレータの基本構成はやや複雑で図に示す ように2枚の複屈折結晶の間にファラデー素子と補償板をお いた構成になっている.
- 光ファイバ側からの入射光は複屈折結晶によって常光線と 異常光線に分離される。常光線も異常光線もファラデー素子 によって磁界について右回りに45°の回転を受け、さらに補 償板で右に45°回転して複屈折結晶に入るので、常光線と 異常光線が入れ替わっており、複屈折結晶を通すと分離さ れていた光が合成されて、出力側ファイバに伝えられる。





偏光無依存アイソレータ

○逆にファイバから来た光は、複屈折結晶で常光線と異常光線に分離され、補償板で光の進行方向に対し45°右に回るが、ファラデー素子では磁化方向について45°右に回るため打ち消して、複屈折結晶に対して常光線、異常光線がそのままの偏光方向で入射する。このため、両光線の分離はますます進み、ファイバには戻らない



**Reverse direction** 

## 半導体とアイソレータの一体化

#### > 貼り合わせ法

- 半導体上に直接磁性ガーネット膜作製→格子不整合のため困難
- ガーネット膜を作っておき、半導体基板に貼り合わせる方法が 提案されている
- 希薄磁性半導体の利用
  - DMSの結晶構造:GaAsと同じ閃亜鉛鉱型→
  - 半導体レーザとの一体化の可能性。
  - 導波路用途の面内光透過の良質の薄膜作製
  - 安藤ら: GaAs基板上にMBE法でCdMnTeの薄膜を作製。バッファ層: ZnTe, CdTe層





○ 光ファイバの先端部に磁気光学センサを取り 付けた電流計測デバイスが高圧電線や高圧発 送電設備に用いられている. これは①電気的 な絶縁性が高い,②電磁誘導ノイズに強い,③ 非接触測定ができる、などの特徴をもつ、 磁気光学電流センサは図のように、偏光子、 磁気光学材料, 検光子の組み合わせから構成 される 偏光子と検光子は45°の傾きとなって いる 偏光子を透過した後の光強度/は  $\circ$  I=I<sub>0</sub>cos<sup>2</sup>( $\theta$  -  $\pi/4$ )  $=(I_0/2)(1+\cos(\pi/2-2\theta))$  $= (I_0/2)(1 + \sin 2\theta) \approx (I_0/2)(1 + 2\theta)$ と表され,光強度は磁界(電流)の変化に対し 線形に変化する. ○ 磁気光学材料としては, 主としてYIGが用いら れる、Yの一部をTbに置き換えることにより一 23~127°Cの広い温度範囲で使うことができる.


 架空配電線に取り付けるタイプの故障区間検出用電流 センサは、U字形の鉄心とセンサ部とで架空線を取りまく 磁気回路を形成し、磁界を磁気光学素子で検出する.



光ファイバ磁界センサ



大電流の場合は磁界が強いので、強磁性物質では磁気飽和のため、正確な測定ができなくなってしまう、そこで、光ファイバのループをファラデーセンサとして用いた電流センサが開発されている。

# 3.4 非接触磁気イメージング

○ 磁気光学顕微鏡

#### 円偏光変調法を利用した磁気光学顕微鏡



 液晶変調器を用いて直線偏光
 →右円偏光→直線偏光→左円 偏光を順次に試料にあて、その 時の光学像をCCDカメラで撮影 し、PCにいれる。PCで画像処 理をして旋光像、円二色性像を 得る。

## 円偏光変調法の原理



# ファラデー効果の評価法



## この方法のメリット

#### 0 メリット

- 回転角と楕円率が1サイクルの測定で同時に得られる(従来は 別測定必要)
- 回転角・楕円率が定量的に評価できる (標準試料不要)
- 透過にむらのある試料でもファラデー画像を明瞭に表示できる
- 一度磁場変化して測定しておけば、後で画像の任意の位置の ヒステリシスを見られる。



ファラデー回転角の定量測定



磁化反転

 $\lambda = 500 \text{ nm}$ 

標準試料を使わずに回転角を決定 回転角は約 0.5 deg.と決定

#### ファラデー回転角・楕円率のスペクトル



干渉フィルタの中心波長を変えてファラデー回転角・楕円率角を測定 磁気光学分光装置によるデータと比較

# 画像上の各位置でのヒステリシス

#### 画像上の任意の点でクリックして ヒステリシス曲線を表示



#### LPE成膜されたBi置換磁性ガー ネットのゼロ磁界でのファラデー 回転角像



## 解決すべき問題

- 1/4波長板を機械的に回転(-45°,0°,+45°)させる ため測定に時間がかかる
- 高感度カメラを用いているため高速撮像ができない。
   1s/frame
  - 変化をリアルタイムに観察できない
- ○磁界制御(小型ソレノイド:弱い磁界10mT)
- 温度変化(現在は室温のみ)
- 画像が暗い(ハロゲン電球の輝度が低い)

# 課題解決へのアプローチ

#### ○リアルタイム測定

- 回転¼板に代えて
   液晶素子を用いて
   光学遅延を電圧で制御
- ○磁界の印加
- 極低温測定
- ・ 光源の高輝度化:LDの利
   ・





飯村研究室で作製された LCD変調素子





## MO microscope

Cryostat — 3.5 - 500 K

Magnet 0 - 2 kOe



## **Polarization Properties of LCM**



# MO images by using LCM



Faraday rotation image

Faraday ellipticity image







#### PtCo MO ディスクに書き込まれたビットの磁気光学像 ビットの幅は1ミクロン

(試料:日立製作所中央研究所の牛島順子氏のご厚意による)

# 低温成膜FePt薄膜のKerr回転画像

#### Fe<sub>38</sub>Pt<sub>62</sub>(20nm)/Pt(40nm)/Fe(1nm)/MgO(001)



Sample Y<sub>2</sub>BiFe<sub>4</sub>GaO<sub>12</sub>

パターンサイズ 50µm角





# err rotation image (Obj. lens ×50)



積算 1000回

試料 50mm角の磁性ガーネット

#### MO microscope measurement





sample



objective lens (×50, NA=0.85)

## レンズのNAをあげることによる解像度の向上





# NA=0.85 05.07.27



MO images of Nb anti-dots 0 2 10 ¢ 100 10µmアンチドットパターン全体のMO像 対物レンズ10倍。FC150Oeの画像と磁場を はずした画像の差分画像。

## MO images of $500\mu m$ circle



U

T = 3.9 K

363 G

#### Current distribution by convolution theorem

$$\boldsymbol{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \int \frac{\boldsymbol{J}(\boldsymbol{r}') \times (\boldsymbol{r} - \boldsymbol{r}') dV'}{|\boldsymbol{r} - \boldsymbol{r}'|^3}$$

Ζ

Ch. Jooss et al. Physica C,299(1998)215. B. J. Roth, JAP, 65(1989)361

component of B is  

$$B_{z} = \frac{\mu_{\theta}}{4\pi} \int \frac{(\mathbf{y} - \mathbf{y}')J_{x} - (x - x')J_{y}}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|^{3}} dx' dy'$$

x and y component of J are obtained as

$$\tilde{j}_{x} = -i\frac{\tilde{B}_{z}}{\tilde{K}_{x}} \qquad \tilde{j}_{x} = -\tilde{j}_{x}\frac{k_{x}}{k_{y}}$$
$$\tilde{K}_{x} = \mu_{0}\frac{e^{-kh}}{k}sinh\left(\frac{kd}{2}\right)\left|\frac{k_{y}}{k} + \frac{k_{x}^{2}}{k_{y}k}\right|$$



# Magnetic & Current images



Density of lines corresponds to current density. Color indicates local moment obtained in a calculation.

Current density ~  $6 \times 10^{7}$ A/cm<sup>2</sup>

## 3.5 磁気光学空間光変調器

 ○ホログラフィックメモリでは、光を空間的に変調 することが必要である。従来、液晶を用いた空 間光変調器(SLM)が用いられたが、転送レート を増大するには、スイッチング速度の速いMO-SLMの開発に期待が集まっている。

# 磁気光学空間光変調器



#### 4.磁気光学効果研究の最近の展開

- 4.1 近接場磁気光学効果4.2 非線形磁気光学効果4.3 X線磁気円二色性
- 4.4 時間分解磁化変調分 光(TIMMS)
- 4.5 スピンの注入と蓄積を 光で見る
- 4.6 超短パルス光による高 速磁化反転

- 4.7 メタマテリアルについて
- 4.8 磁性フォトニック結晶
- 4.9 1D磁性フォトニック結晶
- 4.10 キラル・ナノ格子の旋 光性
- 4.11 磁場による光透過性の 変化
- 4.12 ナノ分子磁性体

4.1. 近接場磁気光学顕微鏡 (MO-SNOM)

○ 近接場とは

○近接場顕微鏡(SNOM)の歴史

○ 近接場磁気光学顕微鏡(MOSNOM)の開発
 ○ MOSNOMによる光磁気記録データの観察

SNOM=scanning near-field optical microscope(近接場光学顕微鏡)





全反射とエバネセント波

微小物体の周りのエバネセント場に置かれた もう1つの微小物体による散乱光

# SNOMの歴史

- 近接場の概念: 電磁気学において古くから知られる
  - Hertz: Dipoleの近くの電場は1/rではなく1/r<sup>2</sup>:かなり強い
  - Sommerfeld: Dipole antenna近傍の近接場を導出
- 1928 Synge(英):近接場顕微鏡のアイデアを提案
- 1972 Ash: マイクロ波で波長の1/60の解像度達成
- o 1982 Pohl: SNOMの原形
- o 1985 Pohl: 20nmの分解能達成
- 1991 Betzig: マイクロピペットを使って実用性の高い SNOMを開発; 光磁気記録に成功

## 光ファイバプローブを用いたSNOM









#### シアフォース(剪断力)方式

カンチレバー方式
### SNOMによる磁気光学測定

- 1991 Betzig: 光ファイバーをテーパー状に細めたプ ローブで光磁気記録・再生に成功
- 1992 Betzig: 超微細加工した金属細線リングの偏光像
- 多くの研究があるが、高解像度のMO-SNOM像は得られていない
- 偏光をファイバを通して伝えるのが困難

### 筆者らの方法

- •SNOM-AFMモードを利用
- ・クロスニコル法→コントラスト比とれない
- →解決法:PEMによる偏光変調
- ・ファイバー特性の測定→プローブの選別
- ・偏光伝達特性の補償
- →<u>約0.1µmの解像度を達成</u>

# SNOMのブロック図



ベントファイバプローブ



### 光ファイバープローブと近接場光学系

MO-SNOMへの応用



伝達特性

# Cr市松模様のトポ像とSNOM像



# DylGに記録されたマークの像



DyIG膜の記録マークの偏光像 (波長488nm)



### 試料: Pt/Co 多層膜ディスク

- $SiN/Pt(30Å)/[Pt(8Å)/Co(3Å)]_{13}$  on glass • Structure
- Film thickness 150A
- Recording System: Light pulse strobed MFM recording
- Track pitch : 1.6µm
  Mark Length : 0.1~6µm

• 
$$\eta_{\rm F}$$
,  $\theta_{\rm F}$ : 0.47, .0.74





1µm

AFMトポ

### MO-SNOMによる記録マーク像 (クロスニコル法)



SNOM光学





### PEMを使ったSNOMシステム









### ベレック補償子による補償



(c) 1f component ( $\Delta = \pi/2$ )

(d) 2f component ( $\Delta = \pi/2$ )

### 0.2µmの記録マークのトポ像とMO像





### Topography



# 0.2µmの記録マークのSNOM像





### 4.2. 非線形磁気光学効果

- 非線形光学効果とは「第2高調波光に対する磁気光
   学効果」のことです。
- ・非線形カー回転とは「P偏光が入射したとき、SH光にはP成分とS成分が生じ、SHG光の偏光面が入射偏 光面から傾く角度」のことです。
- ・中心対称のある物質(Fe, Auなど)では、電気双極 子によるSHGは起きません。表面界面では中心対称 性が破れるのでSHGが起きます。

SHG=second harmonic generation(第2高調波発生)

### 非線形磁気光学効果測定系



# SHG測定系配置



# MSHGの検光子角依存性





The curves show a shift for two opposite directions of magnetic field

$$\eta_{K}^{(2)} = \frac{1}{2} \left[ \tan^{-1} \left( \frac{I_{MAX}(+)}{I_{MIN}(+)} \right) - \tan^{-1} \left( \frac{I_{MAX}(-)}{I_{MIN}(-)} \right) \right]$$

Analyzer angle-dependence for [Fe(3.5ML)/Au(3.5ML)] superlattice (Sin)

Nonlinear Kerr rotation & ellipticity  $\theta_{\rm K}^{(2)}$ = 17.2 °  $\eta_{\rm K}^{(2)}$ =3°

### Fe/Auの非線形カー回転角



(a) Fe(1ML)/Au(1ML) Pin (b) Fe(1.75ML)/Au(1.75ML) Sin

#### MSHGの 試料方 位依存性



Azimthal angle-dependence of MSHG intensity for [Fe(3.75ML)/Au(3.75ML)] superlattice. ( $P_{in} P_{out}$ )

2次の非線形分極  $P_{i}^{(2)}(M) = \chi_{iik}^{(D)}(M) E_{j}E_{k} + \chi_{iikl}^{(Q)}(M) E_{j}\nabla_{l}E_{k}$  $= \chi_{ijk}^{(D)}(0) E_j E_k + X_{ijkL}^{(D)} E_j E_k M_L + \chi_{ijkl}^{(Q)} E_j \nabla_l E_k$ Surface **Bulk** Surface Magnetic nonmagnetic nonmagnetic (dipole term) (quadrupole) (dipole term)

MSHG方位角依存性のシミュレーション







### 非線形磁気光学顕微鏡



非線形磁気光学顕微鏡の模式図

### 4.3 X線磁気光学顕微鏡



# L吸収端の磁気円二色性



### XMCD顕微鏡



### X線顕微鏡によるMO膜観測



0.2/0.2 0.1/0.10.05/0.05 0.1/0.70.05/0.75 0.8/0.80.4/0.40.2/0.2μm

### X線顕微鏡で観察したGdFeの磁区



# 4.4 時間分解磁化変調分光(TIMMS)



lock-in ampl.

FIG. 1. Schematic diagram explaining a TIMMS experiment. A photoelastic modulator (PEM) modulates the pump between left and right-handed circular polarization ( $\sigma_+ \leftrightarrow \sigma_-$ ). This results in a modulation of the magneto-optical rotation ( $-\Theta_{MO} \leftrightarrow +\Theta_{MO}$ ), which is picked up by a lock-in amplifier.



FIG. 4. TIMMS time-scans like in Fig. 3, but for frequencies above the bandgap:  $\hbar\omega = 1.610 \text{ eV}$  (a), and  $\hbar\omega = 1.580 \text{ eV}$  (b). In (b), a three stage fit is applied (see text).

#### B.Koopmans, W.J.M.de Jonge: Appl. Phys. B Volume 68, Number 3 March 1999, Pages: 525 - 530

# ポンププローブ磁気光学測定



### 4.5 スピンの注入と蓄積を光で見る

- いま、スピン流の制御が次世代デバイスの基本として注目を集めている。強磁性電極から非磁性体に電流を流すと、非磁性体にスピンが注入される。スピン拡散長は電子の平均自由行程より1桁長いとされている。
- 半導体に注入されたスピンを直接見る手段として、磁気 光学効果を用いた観測が行われ、注目されている。また、スピン注入磁化反転を観測する手段としても磁気光 学効果が使われている。

### GaAsへのスピン注入の磁気光学的評価

Crookerらは、
 Fe/GaAs/Fe ラテラル
 構造において、
 Fe→GaAsのスピン注入
 が起きていることを磁気
 光学的に検証した。



### 4.6 超短パルス光による高速磁化反転

- ○フェムト秒の光パルスによって、ピコ秒以下の高速磁化反転が磁気光学効果を用いて観測されている。反転した磁化は歳差運動をして定常状態に落ち着く。
- ○この緩和過程の時定数はナノ秒のオーダーで、
   LLG方程式で説明できるが、最初の早い応答の
   メカニズムはまだ十分解明されていない。

# 円偏光変調光直接磁気記録



Science、Physics today他



### 光直接スピン制御


# 早い応答はサブピコ秒 遅い応答は2ナノ秒、LLGに従う



日大 塚本新による

## 4.7 メタマテリアルについて

もし、透磁率(μ)と誘電率(ε)が負だったら?



## メタマテリアル創製と実験例について



D. R. Smith, J. B. Pendry, M. C. K. Wiltshire, Science 305, 788 (2004).

## 4.8 磁性フォトニック結晶

○ フォトニック結晶は、1次元、2次元、3次元の周期性を 誘電率に付与した人工物質である。光の波動に対する バンドギャップが生じるために特定の波長範囲の光を完 全に遮断する。この周期構造を何らかの形で乱すと、半 導体の不純物準位に相当する局在状態が生じ、特定波 長を透過するようになる。この不純物として磁性体を使 うと、磁気光学効果を特定波長でエンハンスできる。こ れを磁性フォトニック結晶と呼んでいる。空間光変調器 (SLM)としてホログラフィックメモリーに用いる試みが行 われている。

# 4.9 1D磁性フォトニック結晶



Figure 1. A layered medium with magnetic gamet films and silicon dioxide films which were stacked in an arbitrary sequence.

(b) Bi:YIG=230nm

700

Wavelength  $\lambda$  [nm]

600

800

900

- M Inoue1,2,3, R Fujikawa1, A Baryshev1, A Khanikaev1, P B Lim2, H Uchida1, O Aktsipetrov3, A Fedyanin3, T Murzina3 0 and
- A Granovsky3J. Phys. D: Appl. Phys. 39 (2006) R151-R161 0

# 4.10 キラル・ナノ格子の旋光性

 五神らは、人工的な卍型構造をもつ波長以下の金属微細要素 からなる格子が、キラリティを反映した旋光性を示すことを発見 した。表面プラズモンと光の相互作用を人工的に制御できるの は画期的である



図5 キラルナノ格子の旋光スペクトル

#### 4.11 磁場による光透過性の変化

 ○ 東北大の有馬らは、CuB<sub>2</sub>O<sub>4</sub>において、300 Oe程度の弱い 磁場の変化によって光の透過性を大きく変化することができる ことを見出した。



## Directional dichroism (方向性二色性)

光透過率の磁場
 による大きな変
 化は、対称性の
 変化によって説
 明される。



# 4.12 ナノ分子磁性体

- 中嶋らは多層ベンゼンで遷移金属をサンドイッチしたシシカバブ 状のクラスターを作った。この分子は室温でスピンがそろい磁性 を持つことを発見した。電子状態を計算して物理的エッセンスをと りだすことによって、このクラスターがハーフメタルであり、2重項 間相互作用によって磁性が生じていることが説明された。
- 将来の1Tb/in<sup>2</sup>を超える光メモリーの磁気記録単位としてこのク ラスターが使えるのではないかと注目されている。

バナジウム原子



おわりに

- 磁気光学効果は、軌道角運動量の変化をともなう光学遷移によって生じるので、スピン軌道相互作用が本質的に重要である。また、磁気光学スペクトルは、磁性体の電子構造ばかりか波動関数の知見を与えてくれるという点で有用である。
- ○磁気光学効果の応用は、光磁気記録・光アイソレータの ほか、イメージングなど多岐にわたる。
- 磁気光学効果は本来物質に作りつけの効果であったが、
  人間がナノ空間を自由に制御できるようになった現在では、
  微細構造の制御によってかなりの程度制御可能である。
- 今後ナノ分子磁性体も視野に入れて研究すべきであろう。