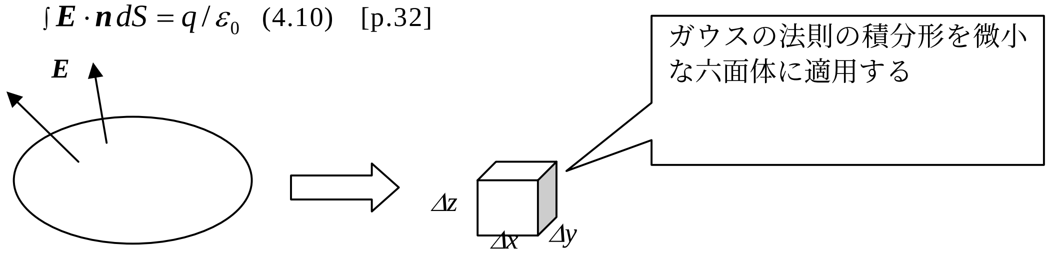
電磁気学Ｂ講義ノート　第１回　2004.12.2

佐藤勝昭

1) ガウスの法則の積分形において閉曲面を小さくしていった極限としてガウスの法則の微分形が得られる。
$\int \boldsymbol{E}\cdot\boldsymbol{n}dS = q/\varepsilon_0$　(4.10)　[p.32]



$$\int_{\text{六面体}} \boldsymbol{E}\cdot\boldsymbol{n}dS$$

$$= \boldsymbol{E}_{\text{上面}}\cdot\boldsymbol{e}_z\Delta x\Delta y\Big|_{\text{上面}} + \boldsymbol{E}_{\text{下面}}\cdot(-\boldsymbol{e}_z)\Delta x\Delta y\Big|_{\text{下面}}$$

$$+ \boldsymbol{E}_{\text{右面}}\cdot\boldsymbol{e}_x\Delta y\Delta z\Big|_{\text{右面}} + \boldsymbol{E}_{\text{左面}}\cdot(-\boldsymbol{e}_x)\Delta y\Delta z\Big|_{\text{左面}}$$

$$+ \boldsymbol{E}_{\text{背面}}\cdot\boldsymbol{e}_y\Delta z\Delta x\Big|_{\text{背面}} + \boldsymbol{E}_{\text{前面}}\cdot(-\boldsymbol{e}_y)\Delta z\Delta x\Big|_{\text{前面}}$$

$$= \left\{\left(E_z + \Delta z\frac{\partial E_z}{\partial z}\right)\Delta x\Delta y - E_z\Delta x\Delta y\right\} + \left\{\left(E_x + \Delta x\frac{\partial E_x}{\partial z}\right)\Delta y\Delta z - E_z\Delta y\Delta z\right\} + \left\{\left(E_y + \Delta y\frac{\partial E_y}{\partial y}\right)\Delta z\Delta x - E_y\Delta z\Delta x\right\}$$

$$= \frac{\partial E_z}{\partial z}\Delta x\Delta y\Delta z + \frac{\partial E_x}{\partial x}\Delta x\Delta y\Delta z + \frac{\partial E_y}{\partial y}\Delta x\Delta y\Delta z = \left(\frac{\partial E_x}{\partial x} + \frac{\partial E_y}{\partial y} + \frac{\partial E_z}{\partial z}\right)\Delta x\Delta y\Delta z = \frac{q}{\varepsilon_0}$$

これより、

$$\mathrm{div}\boldsymbol{E} \equiv \frac{\partial E_x}{\partial x} + \frac{\partial E_y}{\partial y} + \frac{\partial E_z}{\partial z} = \frac{q}{\Delta x\Delta y\Delta z\varepsilon_0} = \frac{\rho}{\varepsilon_0}$$

2) あるベクトル場の発散(div)をとったとき正であったなら、そのベクトルはその点からわき出しているようにみえる。負であれば吸い込まれているようにみえる。

3) 電場の発散は分極電荷を含めたすべての電荷密度を与え、電速密度の発散は真電荷密度を与える。
div E=ρ/ε_0,　div D=ρ