物理システム工学科3年次
物性工学概論
第3回講義

佐藤勝昭

第2回授業の最後に出した問題

- 元素の周期表において
  1. 上から下に行くに従って変わるのはどの量子数か
     答え:主量子数
  2. 1つの行で左から右に行くに従って変わるのはどの量子数か
     答え:方位量子数(軌道角運動量量子数)および磁気量子数
  3. 遷移金属における電子配置の特徴は何か。
     答え:不完全d内殻を有し、原子番号とともにd電子の占有数が増加する

質問･感想等

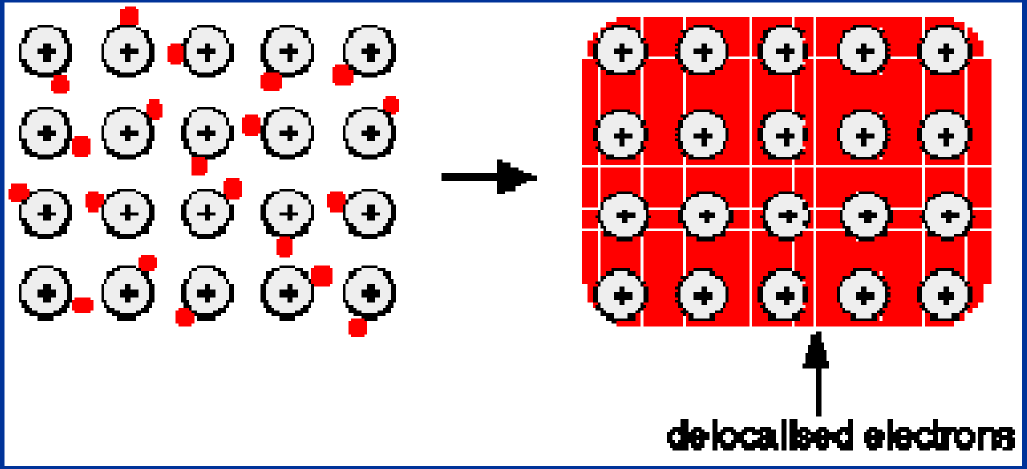
- 授業で公開した元素の特徴のプリントが欲しい(S)
→補足資料としてWebにアップしてあります。
- いろいろな元素を学んだけれど、ホームセンターで手に入るような透磁率の高いものは何か。→ホームセンターでは、鉄板くらいしか手に入らないでしょう。
- 配付資料の字の大きさをできれば大きく。(U)→資源節約で紙の枚数を少なくしています。ノートを使ってね。
- 電子配置の話が理解しづらい(K,S) 。n,l,mについてよくわからない（O）。→原子分子物理（後期）で学びます。
- 展性と延性の違い(T)。→展性は形状が変わるが延性は形状が変わらない。

講義内容

- 金属の電気伝導と熱伝導
- 金属の色：金、銀、銅、鉄、白金
  - 3原色：加法混色と減法混色/CIE色度図
  - ヒトが色を認識する仕組み
- 自由電子のプラズマ運動(Drudeの式)
  - 誘電率と屈折率・消光係数
  - 負の誘電率の意味するところ

復習コーナ
金属結合

- 金属においては、原子同士が接近していて、外殻のs電子は互いに重なり合い、各軌道は2個の電子しか収容できないので膨大な数の分子軌道を形成する。
- 電子は、それらの分子軌道を自由に行き来し、もとの電子軌道から離れて結晶全体に広がる。これを非局在化するという。
- 正の原子核と負の非局在電子の間には強い引力が働き、金属の凝集が起きる。
- この状態を指して、電子の海に正の原子核が浮かんでいると表現される。

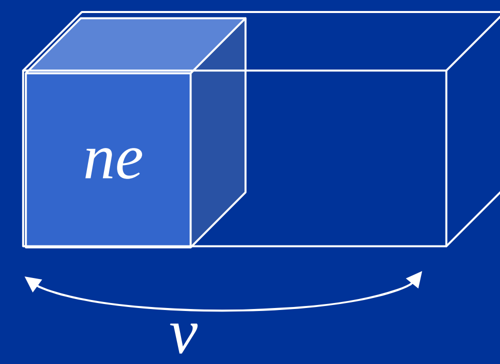


http://www.chemguide.co.uk/atoms/bonding/metallic.html

金属の電気伝導

電気伝導率(導電率) の式$\sigma=ne\mu$を導こう

- 電流密度J=単位時間に単位面積を流れる電荷の総量=ev
- 電子が電界Eのもとで得る速度vは、電子質量m、平均自由時間τとして、$mv=eE\tau$であるから $v=eE\tau/m$
- 従って、$J= ne^2\tau E/m$ 、これを$J= \sigma E$と置くと、これより $\sigma=ne^2\tau/m$ ここで$\sigma\equiv ne\mu$とすると移動度μが導入される。



n:キャリア密度

金属の電気抵抗率

単位: $10^{-8}\Omega m$

Li 9.32	Be 3.25											B	C	N	O
Na 4.7	Mg 4.30											Al 2.74	Si	P	Se
K 7.19	Ca 3.35	Sc 46.8	Ti 47	V 19.8	Cr 12.9	Mn 136	Fe 9.8	Co 5.80	Ni 7.04	Cu 1.70	Zn 6.17	Ga 14.8	Ge	As 29	S
Rb 12.5	Sr 21.5	Y	Zr 45	Nb 14.5	Mo 5.33	Tc	Ru 7.37	Rh 4.78	Pd 10.55	Ag 1.61	Cd 7.28	In 8.75	Sn 11	Sb 41.3	Te
Cs 19.9	Ba 39	*Ln*	Hf 30.6	Ta 13.1	W 5.44	Re 18.6	Os 9.13	Ir 5.07	Pt 10.42	Au 2.20	Hg 95.9	Tl 16.4	Pb 21.0	Bi 116	Po 46
Fr	Ra	*Ac*													

金属の熱伝導

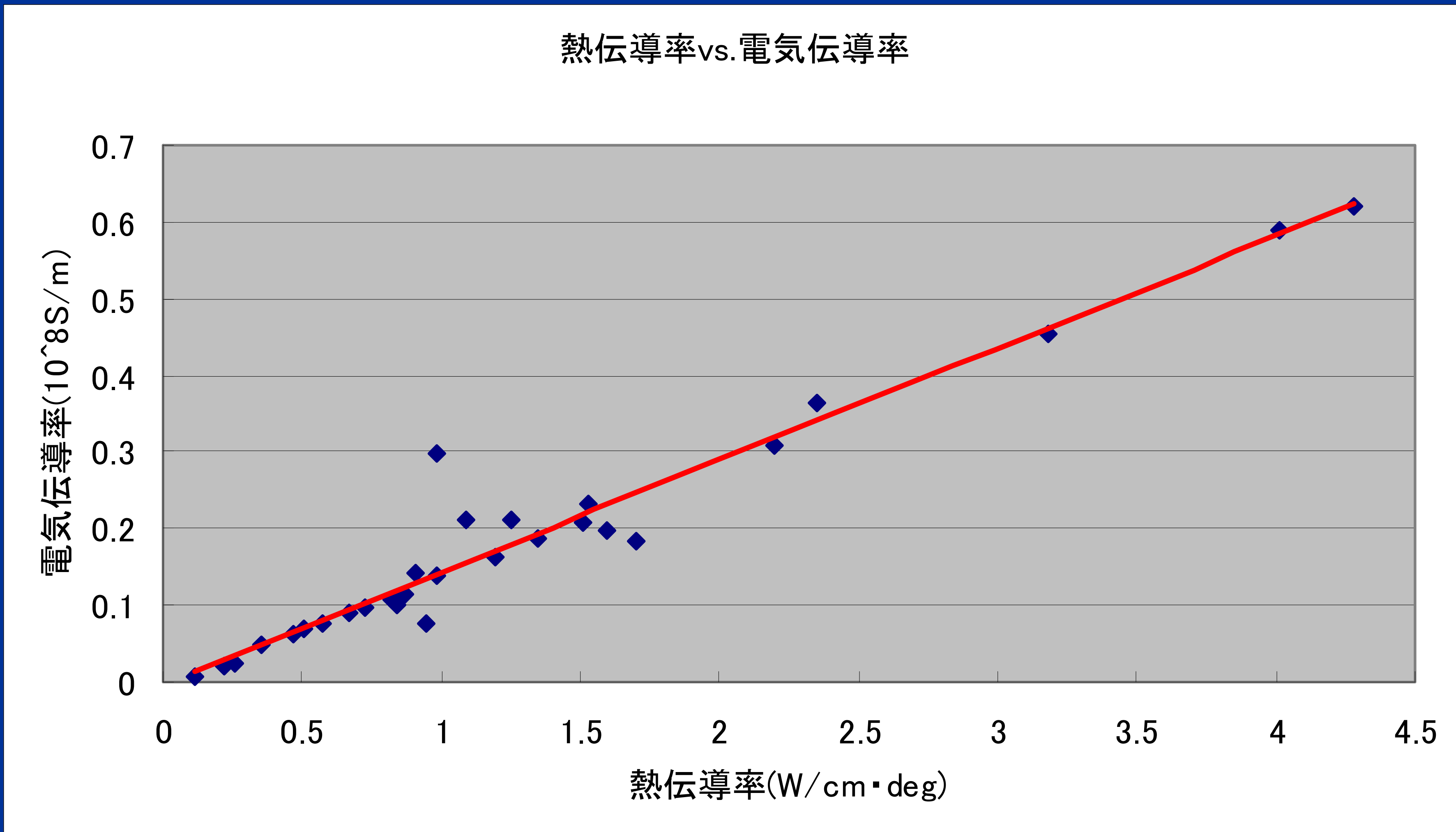
- 熱伝導＝格子熱伝導＋電子熱伝導
- 電子数が多い→電子熱伝導が大きい
  Wiedeman-Franzの法則
- $\kappa/\sigma=LT$
  κ=熱伝導率、σ=電気伝導率
  L=ローレンツ数、T=絶対温度
  - [注] 逆は真ならず。熱伝導がよいからといって電気伝導率が高いとは限らない。例） ダイヤモンド

金属の熱伝導率

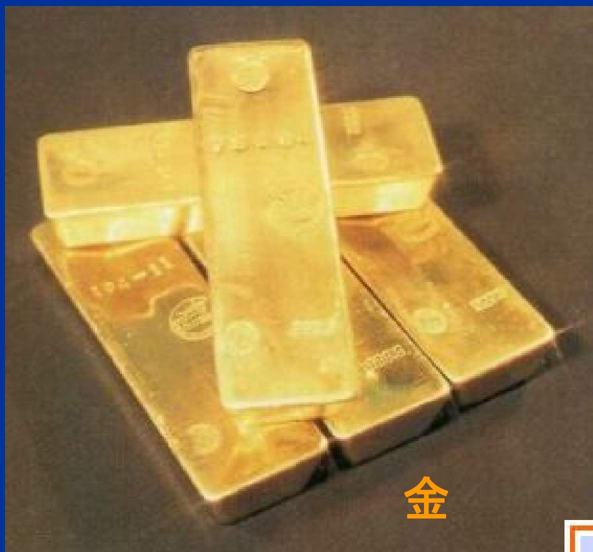
単位:W/cm･deg

Li 0.82	Be 2.2											B	C	N	O
Na 1.25	Mg 1.53											Al 2.35	Si	P	Se
K 1.09	Ca 0.98	Sc	Ti 0.22	V	Cr 0.95	Mn	Fe 0.84	Co	Ni 0.91	Cu 4.01	Zn 1.19	Ga	Ge	As	S
Rb	Sr	Y	Zr 0.22	Nb 0.51	Mo 1.35	Tc	Ru	Rh 1.51	Pd	Ag 4.28	Cd 0.98	In 0.87	Sn 0.67	Sb 0.26	Te
Cs	Ba	*Ln*	Hf	Ta 0.57	W 1.70	Re	Os	Ir 1.60	Pt 0.73	Au 3.18	Hg	Tl 0.47	Pb 0.35	Bi 0.11	Po
Fr	Ra	*Ac*													

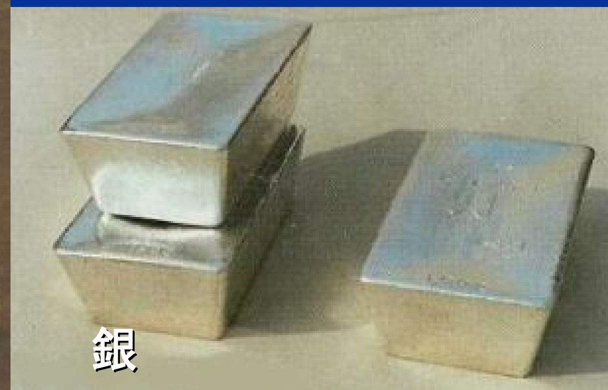
Wiedeman Franz law



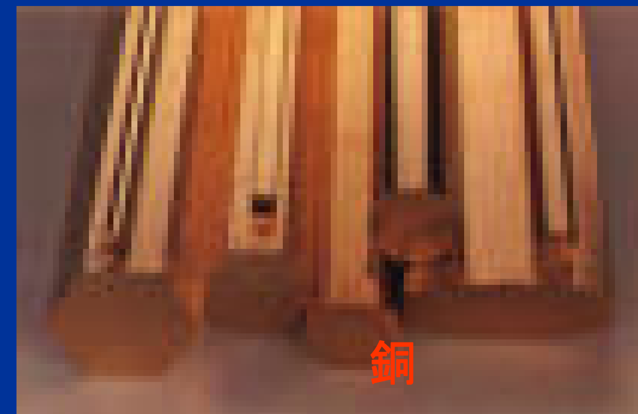
金属の色



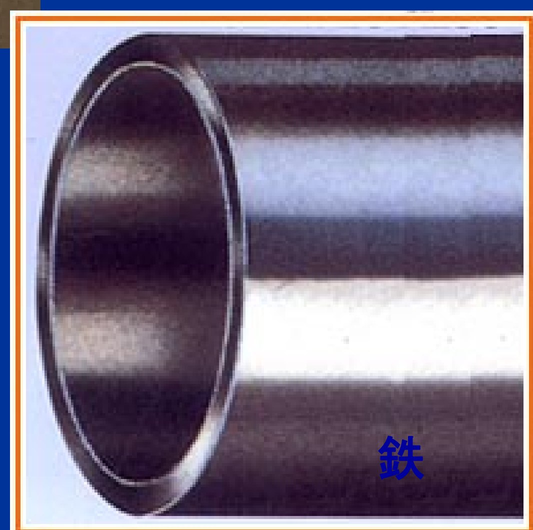
こがね



しろがね



あかがね

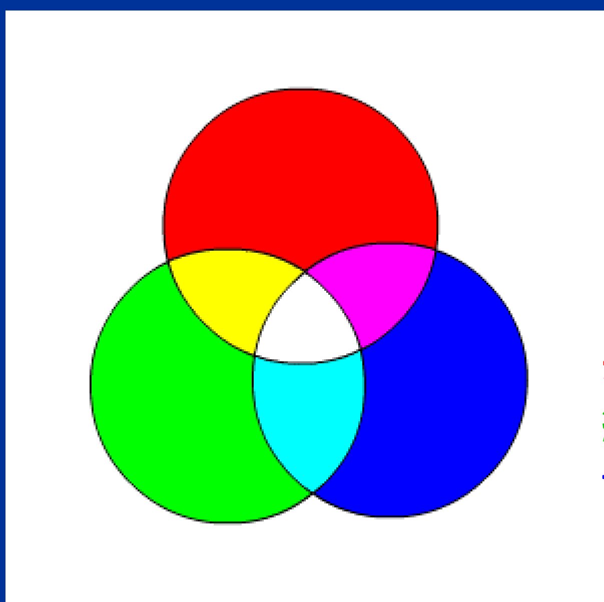


くろがね

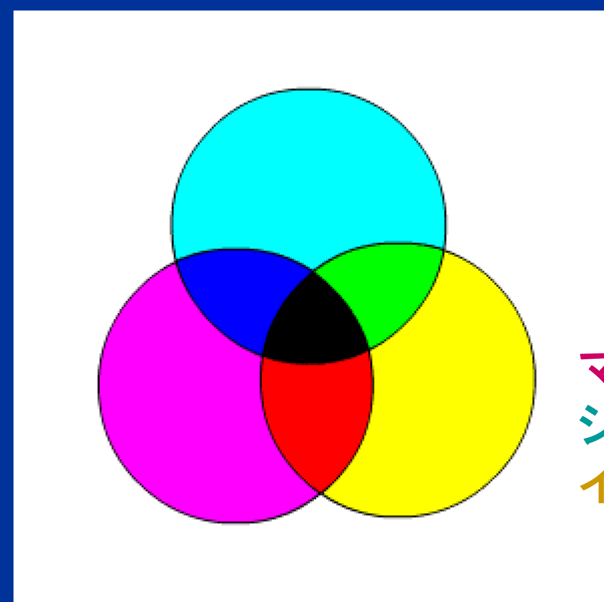
三原色

- **光の3原色（加法混色 ）**
- 各色の強さを変えて混ぜ合わせると，いろいろな色の光になる。赤い光，緑の光，青い光を同じ強さで混ぜ合わせると，白い光になる。

- **色の3原色（減法混色）**
- 各色を混ぜ合わせると，いろいろな色ができる。マゼンタ･シアン･イエローを同じ割合で混ぜると 黒になる。



赤(red)
緑(green)
青(blue)

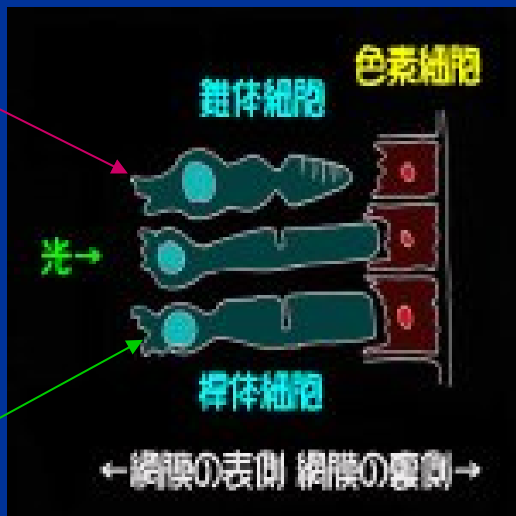


マゼンタ(red)
シアン(blue)
イエロー(yellow)

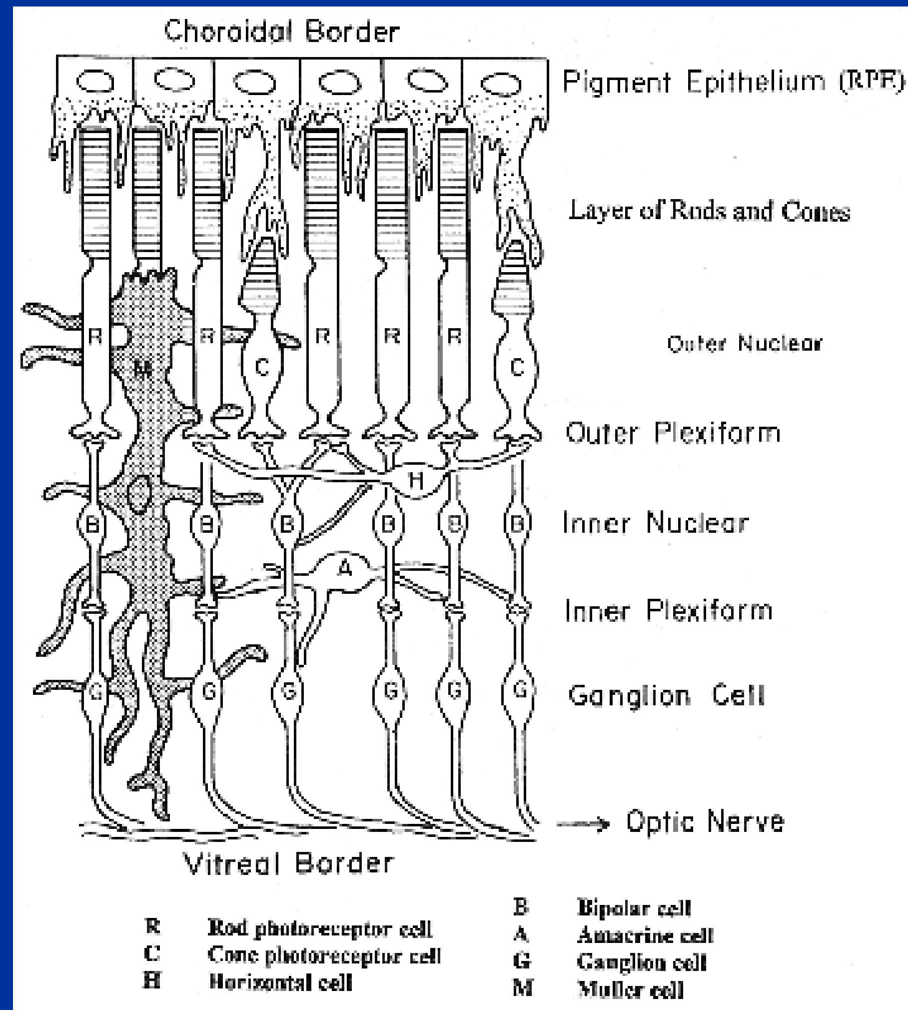
http://www.shokabo.co.jp/sp_opt/spectrum/color3/color3.htm

ヒトはどのように色を認識するか

色を感じる

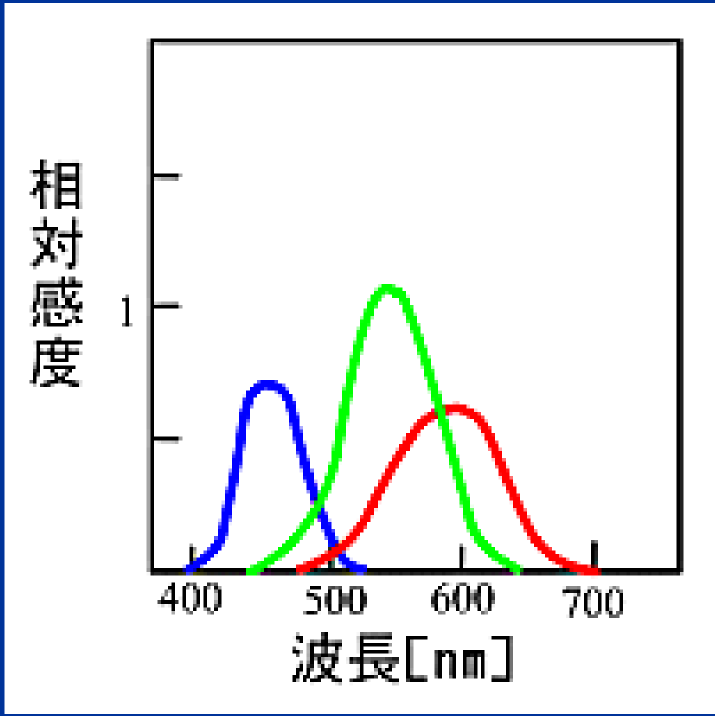


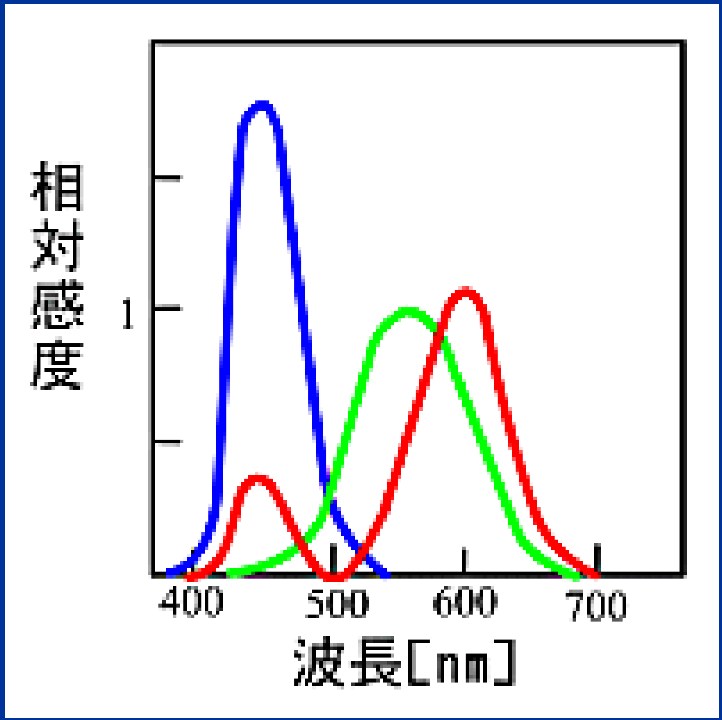
光を感じる



なぜ3原色で表せるか。それは人間の色を感じる**細胞が3種類あるから**である。これらの細胞は**錐体**(すいたい)と呼ばれ，三種の**錐体の送り出す信号の強さの違い**によりさまざまな色を感じることができる。

RGB感度曲線とXYZ等色曲線



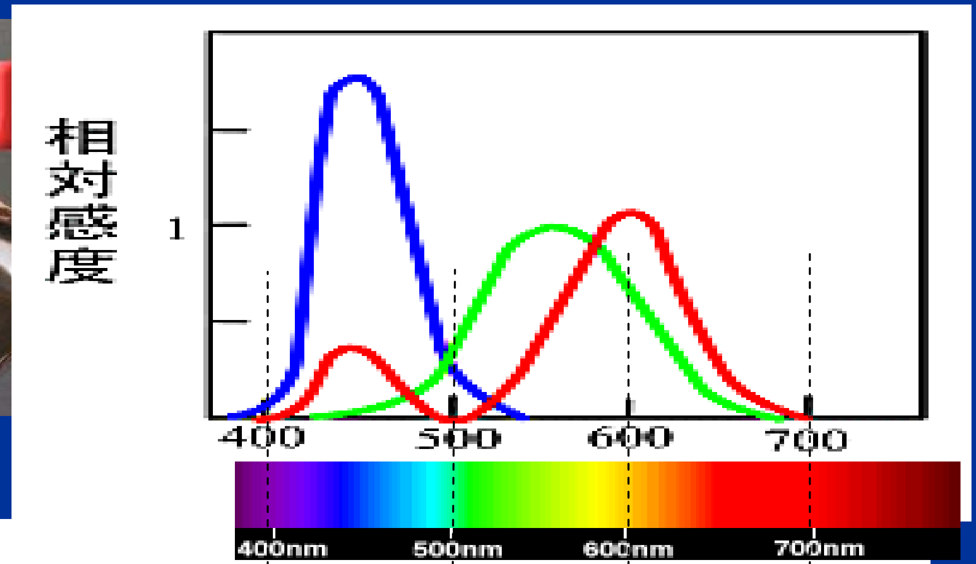


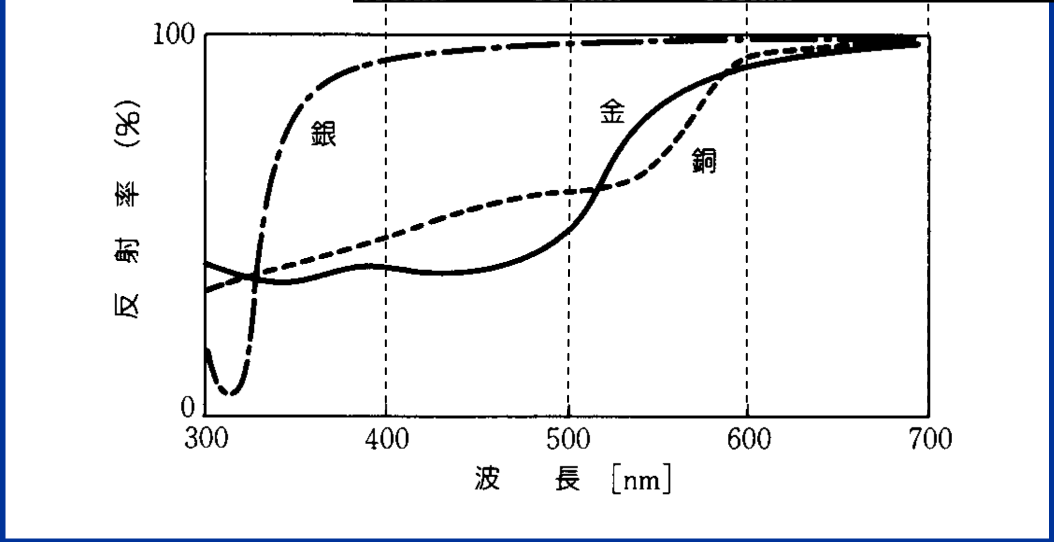
- **RGB感度曲線**
- 人間の眼やRGB感度曲線は，あくまでも特徴的な波長（赤緑青）で一つのピークをもつ曲線になります．人間の眼では，主に感度領域の中央（緑色の光）で明るさを捉え，感度領域の両端（青や赤）で色合いを決めているのです

- **XYZ等色曲線**
- 一方，XYZ表色系はRGBでは再現できない色をも表現するシステムなので，XYZ表色系などにおける3色の“感度”曲線は，たとえば赤が2山のピークをもつなど少し変わった形になっています．

http://www.shokabo.co.jp/sp_opt/spectrum/color3/color3.htm

XYZ等色曲線と金属の色

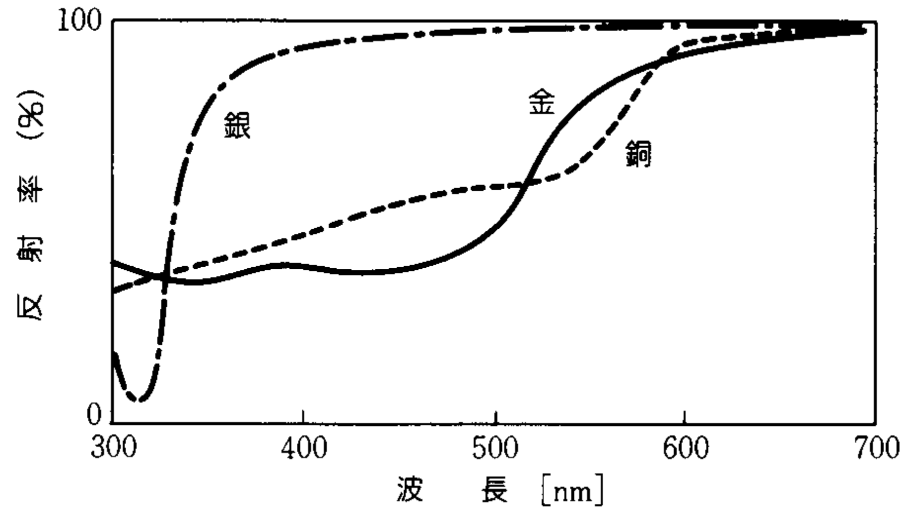




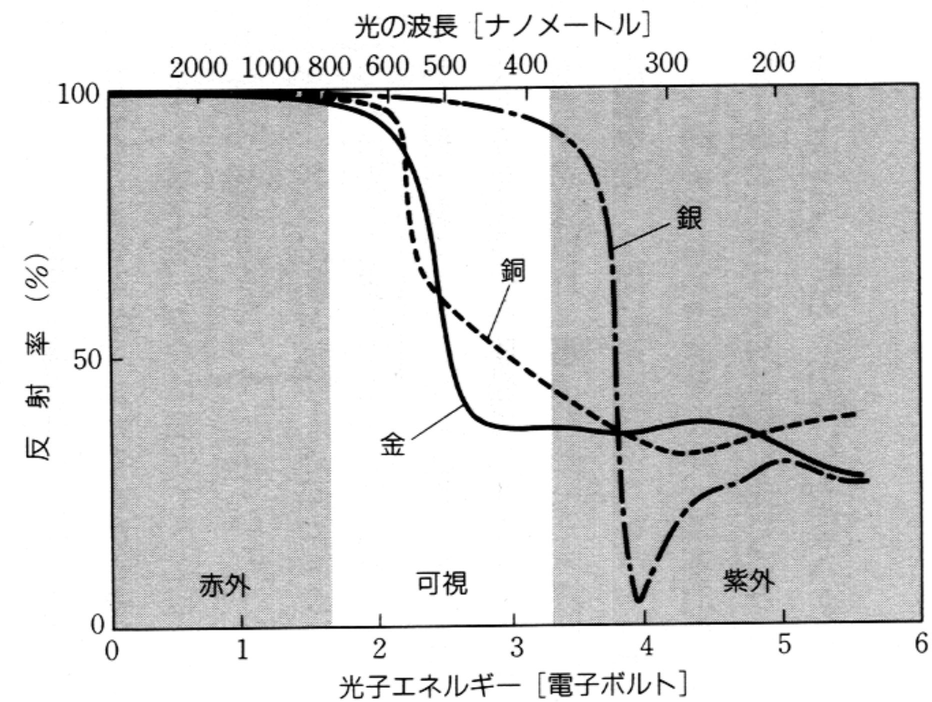
http://www.hk.airnet.ne.jp/shung/periodic_table_s.htm

金銀銅の反射スペクトル

波長表示



エネルギー表示



$$E[\mathrm{J}] = h[\mathrm{J \cdot s}]\nu[\mathrm{s^{-1}}] = \frac{h[\mathrm{J \cdot s}]c[\mathrm{m \cdot s^{-1}}]}{\lambda[\mathrm{m}]}$$

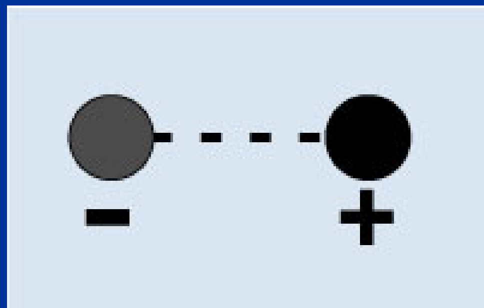
$$E[\mathrm{eV}] = \frac{h[\mathrm{J \cdot s}]c[\mathrm{m \cdot s^{-1}}]}{\lambda[\mathrm{m}]e[\mathrm{C}]} = \frac{6.626\times10^{-34}\times2.998\times10^{8}}{\lambda[\mathrm{nm}]\times10^{-9}\times1.602\times10^{-19}} = \frac{1240}{\lambda[\mathrm{nm}]}$$

佐藤勝昭：金色の石に魅せられて

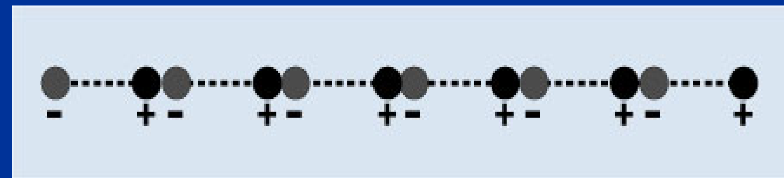
貴金属の選択反射の原因

- 光は電磁波の一種である。つまりテレビやラジオの電波と同じように電界と磁界が振動しながら伝わっていく。
- 金属中に光がはいると金属中に振動電界ができる。この電界を受けて自由電子が加速され集団的に動く。
- 電子はマイナスの電荷を持っているので、電位の高い方に引き寄せられる。その結果電位の高い方にマイナスの電荷がたまり、電位の低い側にプラスの電荷がたまって、**電気分極**が起きる。
- 外から金属に光の電界が進入しようとすると、逆向きの電気分極が生じて電界を遮蔽してしまって**光は金属中に入れない**ことを示す。光が入れないということは、いいかえれば、光が全部反射されてしまうということを意味する。

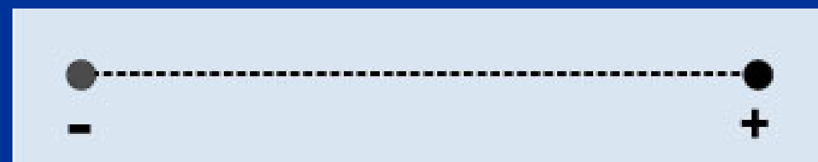
電気分極



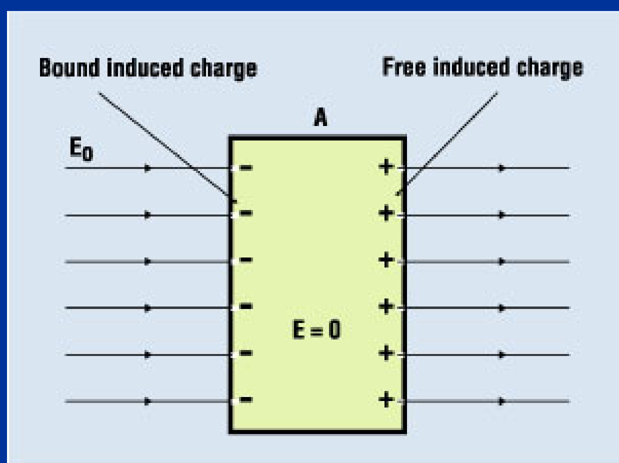
電気双極子



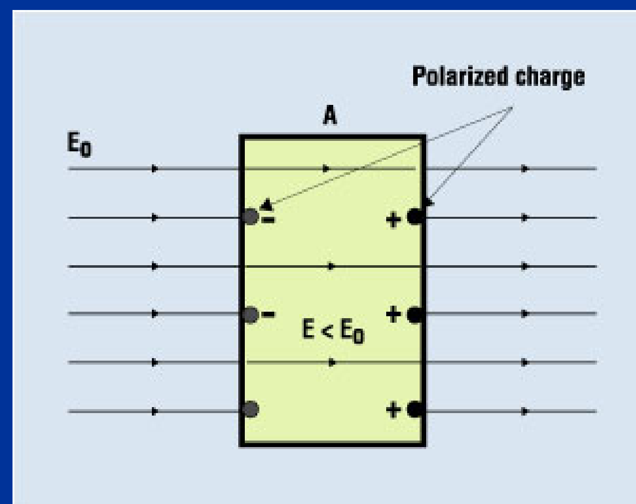
電気双極子列



単純化した電気双極子列



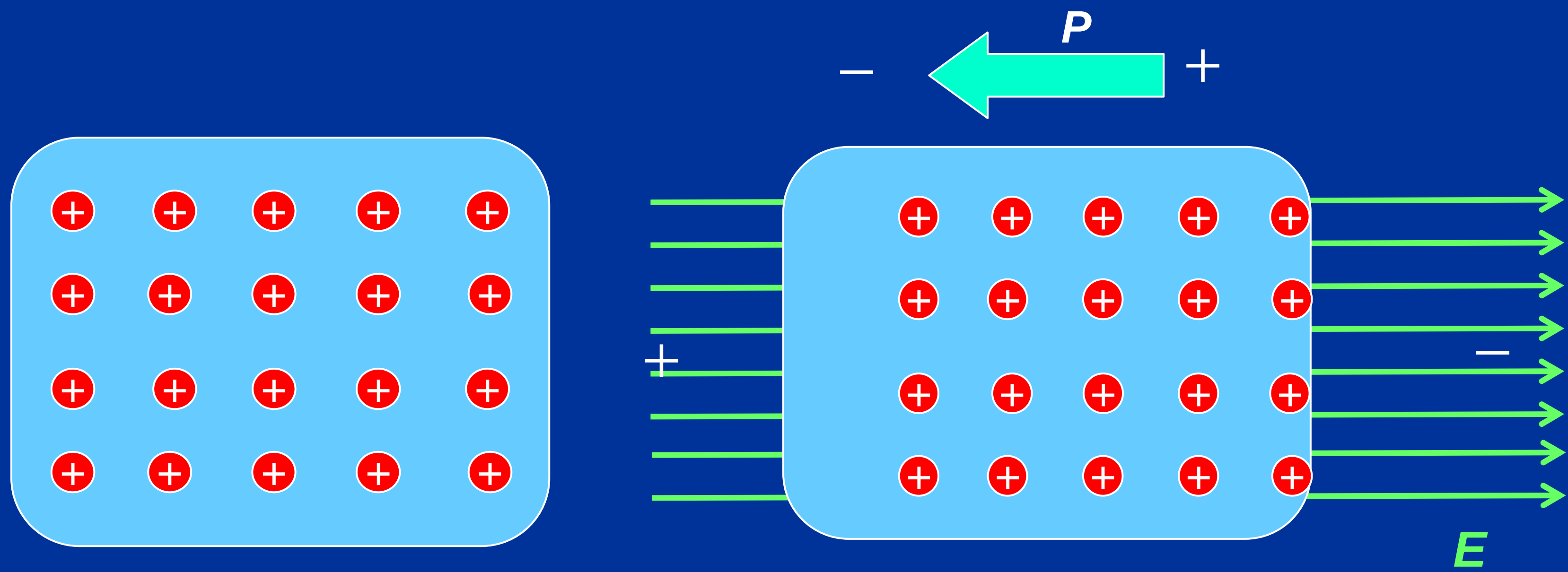
金属の電気誘導



誘電体の電気分極

http://www.ce-mag.com/archive/2000/julyaugust/mrstatic.html

自由電子による電子分極



電界の印加により電子と核の
相対位置が変化し、逆向きの分極を生じる

$$D = \varepsilon_0 E + P$$

電子分極の古典電子論

慣性項

- 電子の位置を*u*、有効質量を*m**、散乱の緩和時間をτとすると、自由電子に対する運動方程式は、

$$m^*\frac{d^2u}{dt^2}+\frac{m^*}{\tau}\frac{du}{dt}=qE$$

摩擦項（電子散乱）

- ここで、*E*、*u*に$e^{-i\omega t}$の形を仮定し、代入すると

$$\left(-m\omega^2-\frac{im\omega}{\tau}\right)u_0\exp(-i\omega t)=qE_0\exp(-i\omega t)$$

電子分極の古典電子論つづき1

- これより変位uはEの関数として次のように表される

$$u_0 = qE_0 / \left(-m\omega^2 - \frac{im\omega}{\tau} \right) = -\frac{q}{m} \frac{1}{\omega(\omega + i/\tau)} E_0$$

- 自由電子による**分極**P_f＝$-N_f q u$の式に代入し

$$P_0 = Nqu_0 = -\frac{Nq^2}{m} \frac{1}{\omega(\omega + i/\tau)} E_0$$

電子分極の古典電子論つづき2

分極

- $D = \varepsilon_0 \varepsilon_r E = \varepsilon_0 E + P$の式を使うことにより、

$$D_0 = \varepsilon_0 E_0 + P_0 = \varepsilon_0 E_0 - \frac{Nq^2}{m} \frac{1}{\omega(\omega + i/\tau)} E_0 \equiv \varepsilon_r \varepsilon_0 E_0$$

- これより、複素誘電率が得られる。

$$\varepsilon_r = 1 - \frac{Nq^2}{m^* \varepsilon_0} \cdot \frac{1}{\omega(\omega + i/\tau)} = 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega(\omega + i/\tau)}$$

ここに $\omega_p^2 = \dfrac{Nq^2}{m^* \varepsilon_0}$ である。これをドルーデの式 という。

①電子散乱のない場合

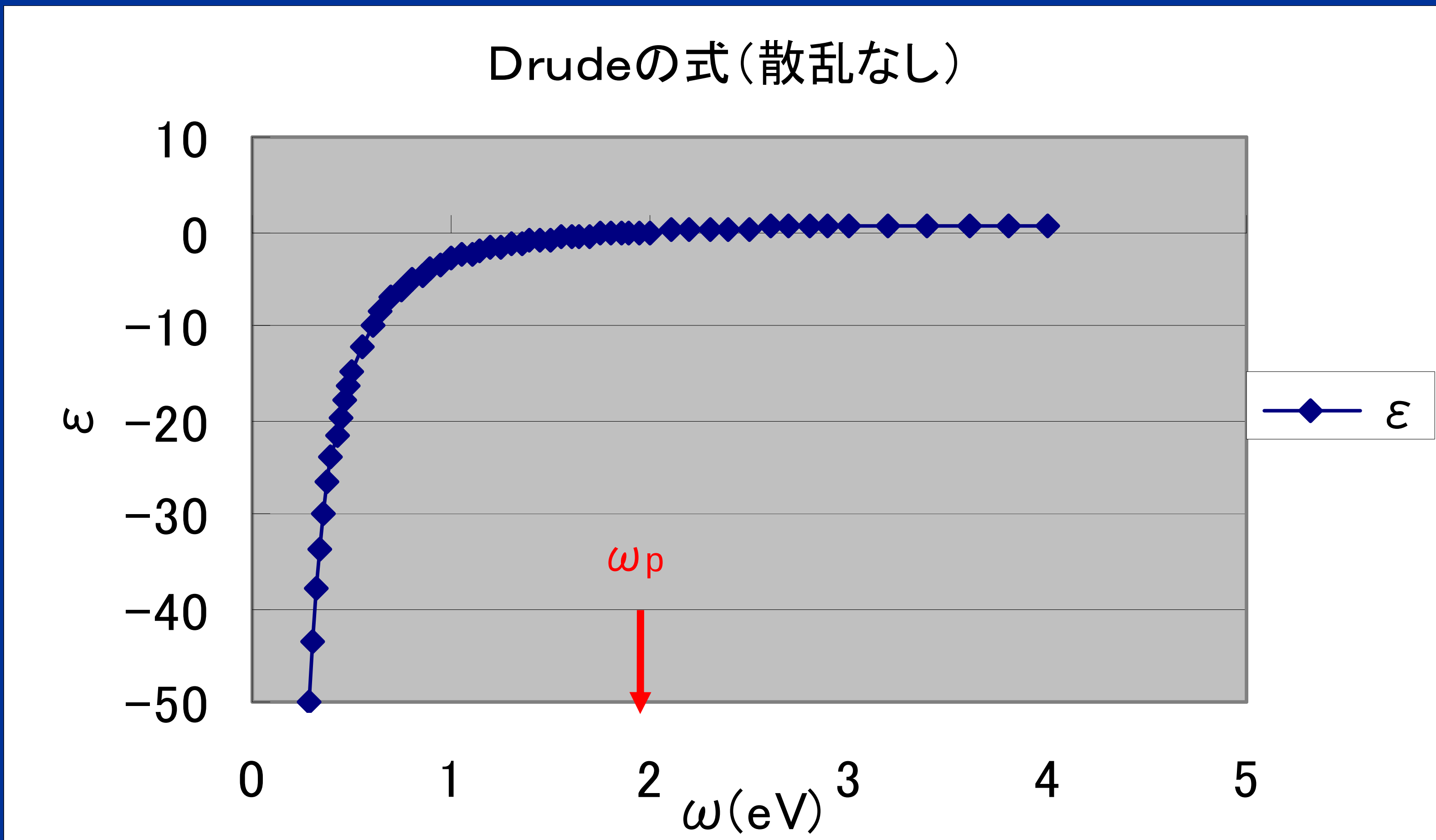
$$m^* \frac{d^2u}{dt^2} + \cancel{\frac{m^*}{\tau}\frac{du}{dt}} = qE$$

- $\tau \to \infty$とすると

$$\varepsilon_r = 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2}$$

  の形に書ける
- この式より、$\omega=\omega_p$(プラズマ角振動数)のときゼロを横切る。
- $\omega<\omega_p$のとき比誘電率$\varepsilon_r<0$である。
- 負の誘電率は、電界と電束密度が逆向きで、電界が物質内に入り込めないことを意味する。

金属の負の誘電率



$\hbar\omega_p$=2eV
$\hbar/\tau$ =0

負の誘電率と反射率

- 電磁気学によれば、反射率Rは

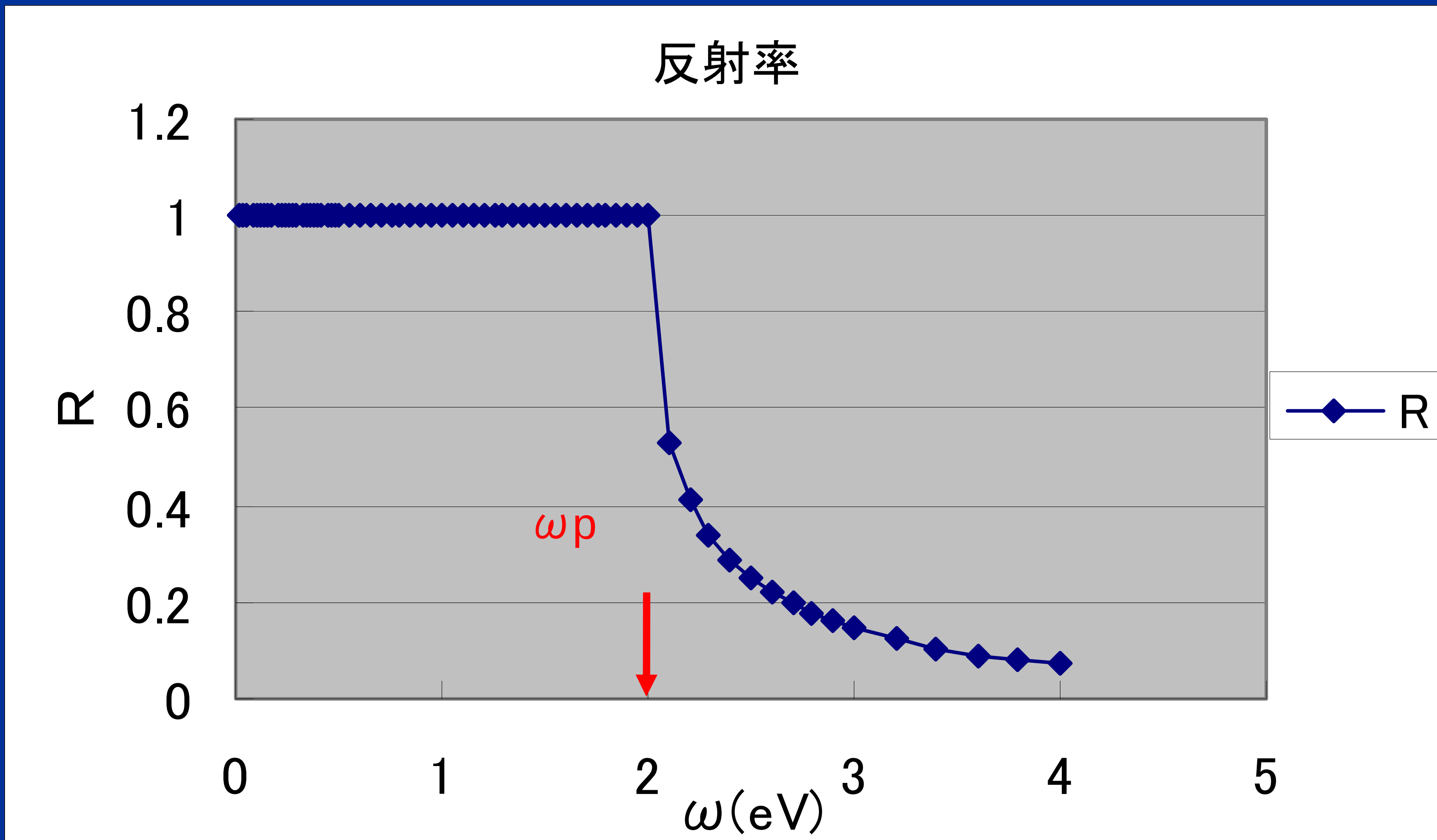
$$R = \left| \frac{\sqrt{\varepsilon_r} - 1}{\sqrt{\varepsilon_r} + 1} \right|$$

- で表される。もし、比誘電率ε_rが負の実数ならば、aを正の数として、ε_r＝-aと表されるから、上の式に代入して

$$R = \left| \frac{\sqrt{\varepsilon_r} - 1}{\sqrt{\varepsilon_r} + 1} \right|^2 = \left| \frac{\sqrt{-a} - 1}{\sqrt{-a} + 1} \right|^2 = \left| \frac{i\sqrt{a} - 1}{i\sqrt{a} + 1} \right|^2 = \frac{a+1}{a+1} = 1$$

- すなわち100%反射する。

金属の高い反射率



$\hbar\omega_p$=2eV

$\hbar/\tau$ =0

②減衰項(電子散乱)のある場合

- 比誘電率ε_rは複素数で表され、実数部をε'_r、虚数部をε''_rとすると、$\varepsilon_r = \varepsilon'_r + i\,\varepsilon''_r$
- 実数部、虚数部に分けて書くと下記のようになる。

$$\varepsilon'_r = 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2 + 1/\tau^2}$$

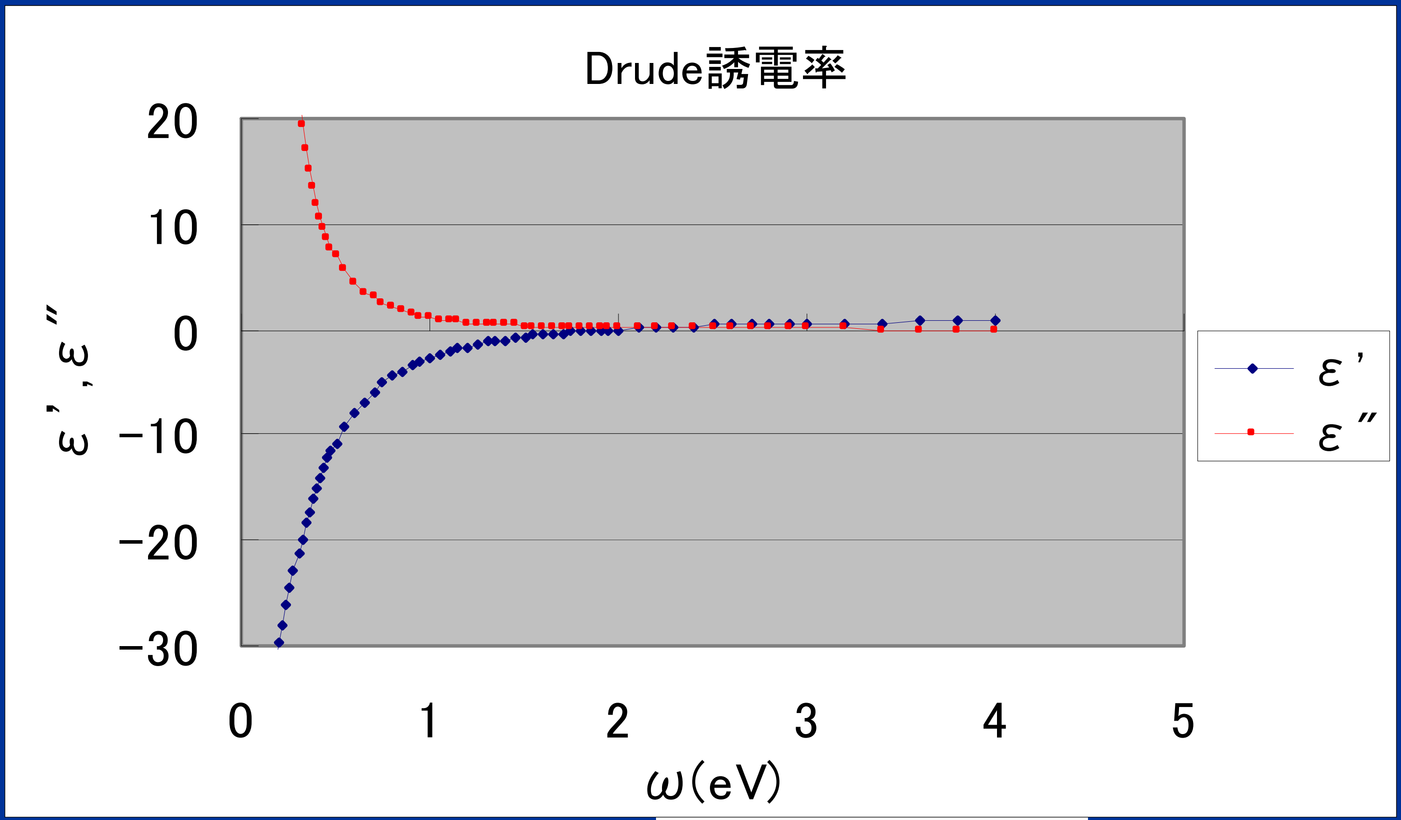
実数部:電界と電束が同相

$$\varepsilon''_r = \frac{\omega_p^2}{\omega\tau\left(\omega^2 + 1/\tau^2\right)}$$

虚数部:電界と電束の位相が90度ずれている

$\omega_p = \sqrt{nq^2/m\varepsilon_0}$ は、プラズマ角振動数である。

②減衰項のある場合　つづき

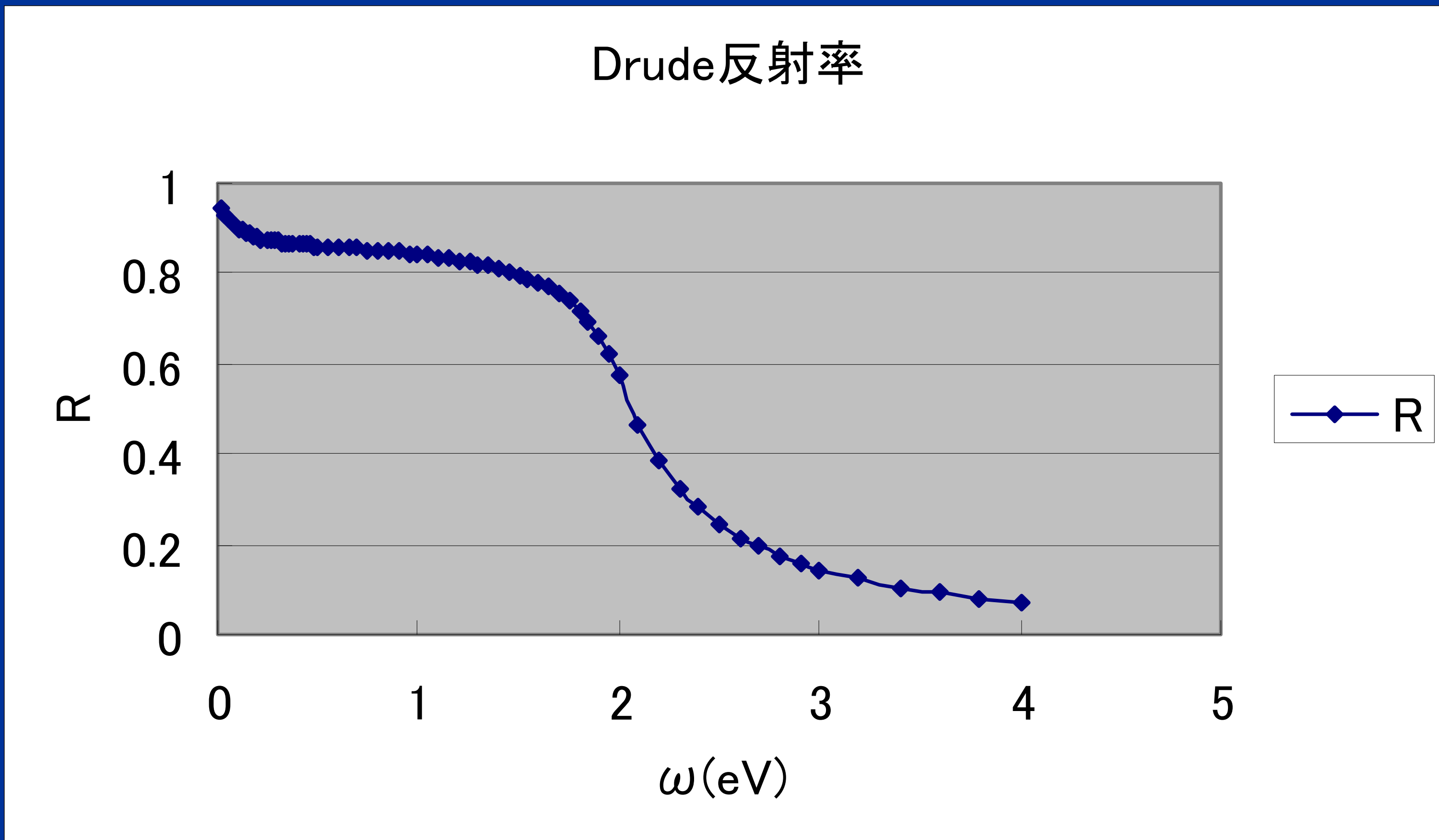


$\hbar\omega_p$=2eV
$\hbar/\tau$ =0.3eV

- 誘電率の実数部は $\omega = \sqrt{\omega_p^2 - 1/\tau^2}$ において0を横切る。

負の誘電率をもつと、光は中に入り込めず、強い反射が起きる。

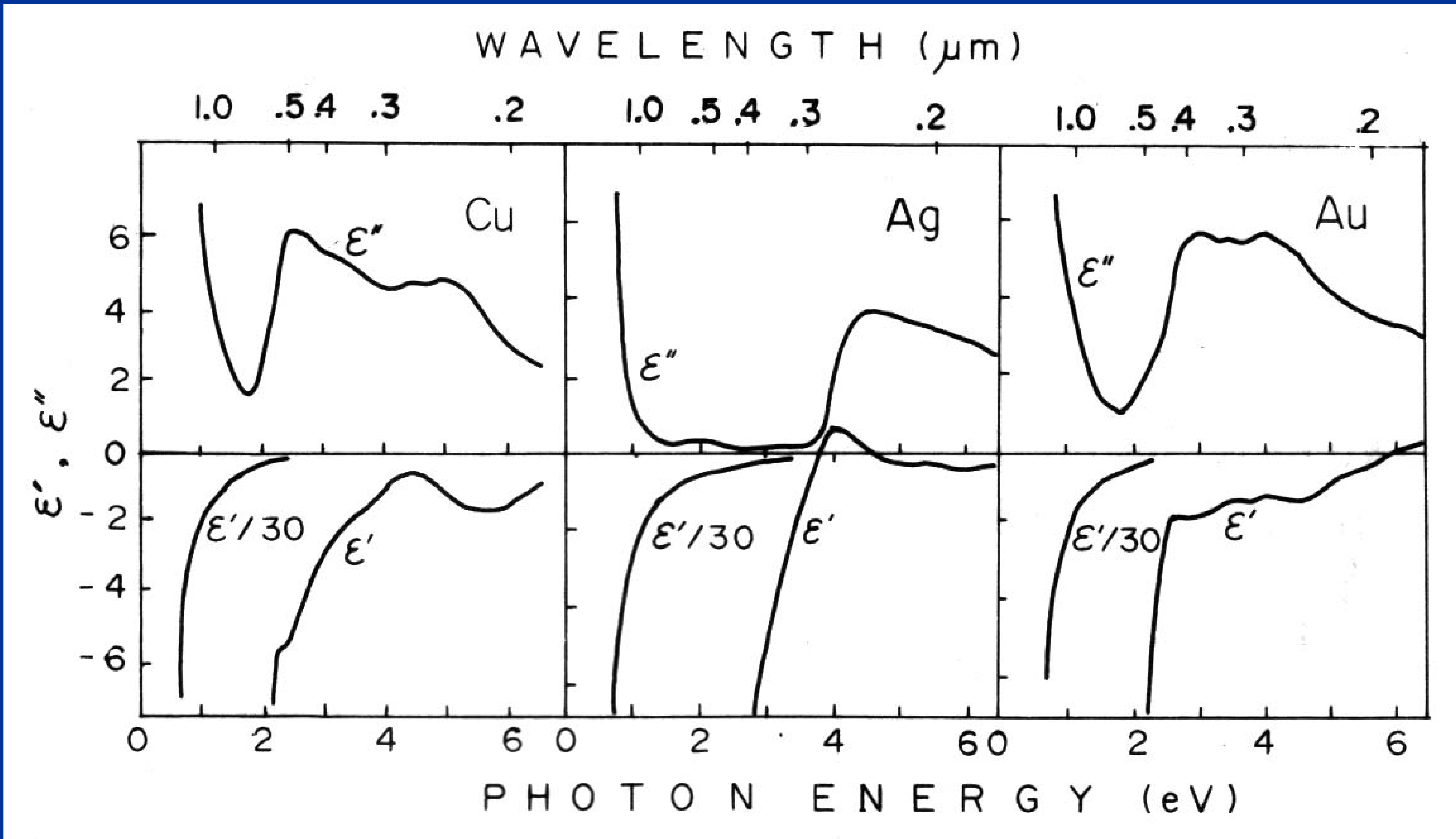
金属の高い反射率(減衰項あり)



$\hbar\omega_p$=2eV

$\hbar/\tau$ =0.3eV

貴金属の誘電率スペクトル



束縛電子による電子分極

- 電子の位置を$\boldsymbol{u}$、質量をm、固有振動の減衰時間をτ_0とすると、束縛電子に対する運動方程式は、

$$m\frac{d^2\boldsymbol{u}}{dt^2}+\frac{m}{\tau_0}\frac{d\boldsymbol{u}}{dt}+m\omega_0^2\boldsymbol{u}=q\boldsymbol{E}$$

- ここで、$\boldsymbol{E}$、$\boldsymbol{u}$に$e^{-i\omega t}$の形を仮定し、代入すると

$$m\left(\omega_0^2-\omega^2-\frac{i\omega}{\tau_0}\right)u_0\,exp(-i\omega t)=qE_0\,exp(-i\omega t)$$

束縛電子の電子分極（つづき1）

- これより変位uはEの関数として次のように表される

$$u_0 = qE_0/m\left(\omega_0^2 - \omega^2 - \frac{i\omega}{\tau_0}\right) = \frac{q}{m}\frac{1}{\omega_0^2 - \omega(\omega + i/\tau_0)}E_0$$

- 電子分極P＝-Nquの式に代入し

$$P_0 = Nqu_0 = \frac{Nq^2}{m}\frac{1}{\omega_0^2 - \omega(\omega + i/\tau_0)}E_0$$

束縛電子の電子分極（つづき2）

- $D=\varepsilon_0\varepsilon_r E=\varepsilon_0 E+P$の式を使うことにより、

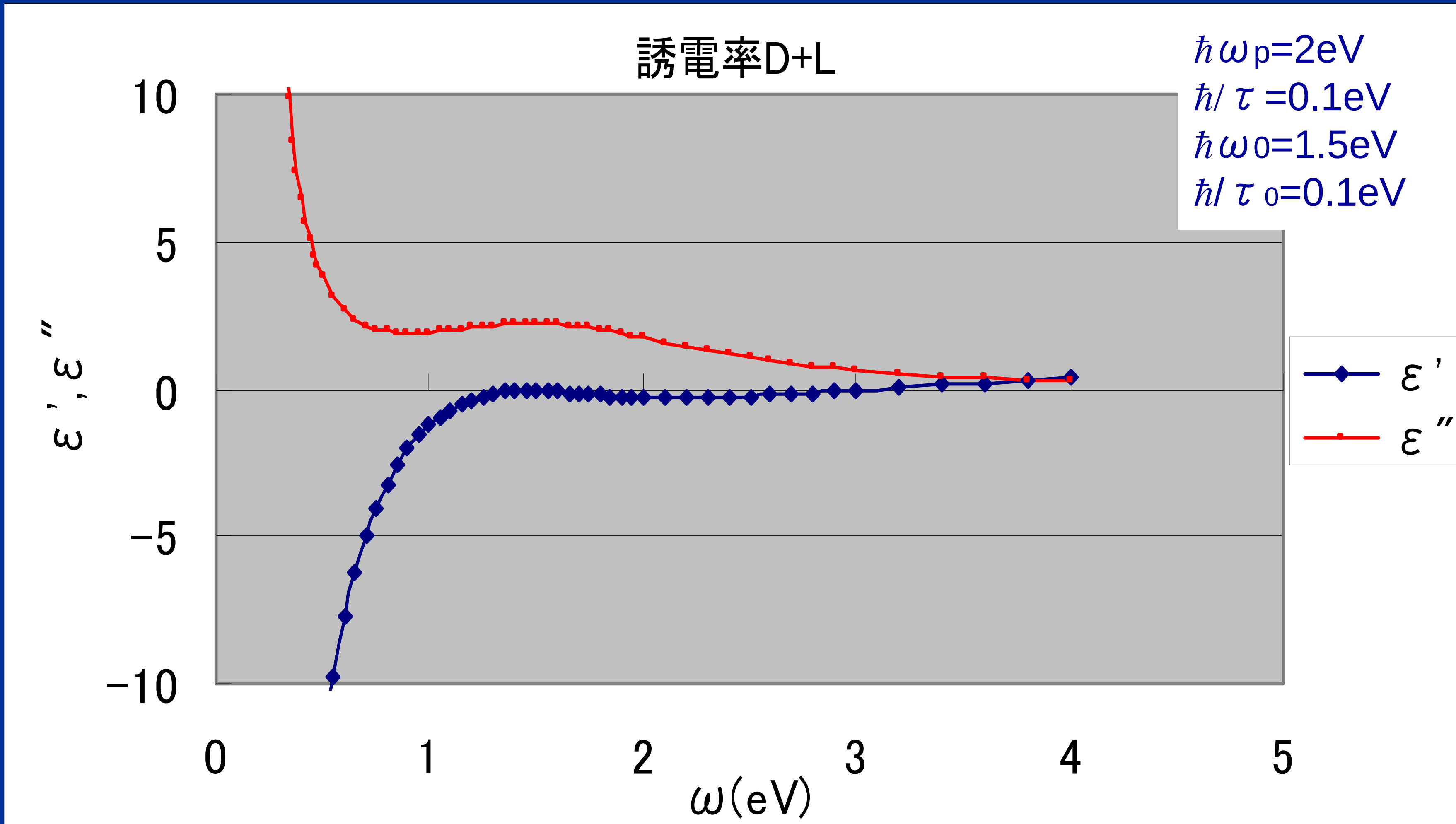
$$D_0=\varepsilon_0 E_0+P_0=\varepsilon_0 E_0+\frac{Nq^2}{m}\frac{1}{\omega_0^2-\omega(\omega+i/\tau_0)}E_0\equiv\varepsilon_r\varepsilon_0 E_0$$

- これより

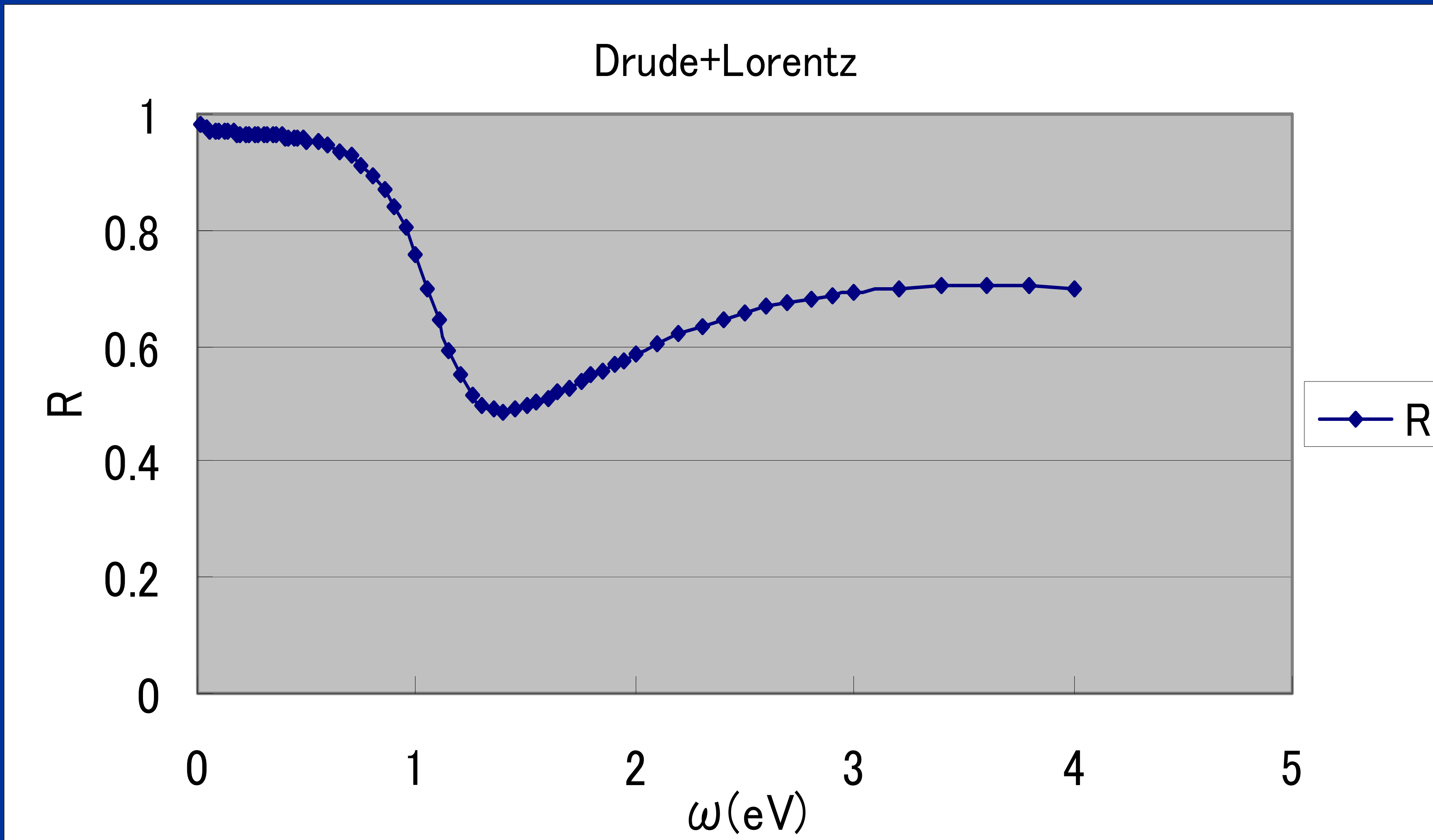
$$\varepsilon_r=1+\frac{Nq^2}{m\varepsilon_0}\cdot\frac{1}{\omega_0^2-\omega(\omega+i/\tau_0)}=1+\frac{\omega_p^2}{\omega_0^2-\omega(\omega+i/\tau_0)}$$

  – ここに $$\omega_p^2=\frac{Nq^2}{m\varepsilon_0}$$ である。これをローレンツの式 という。

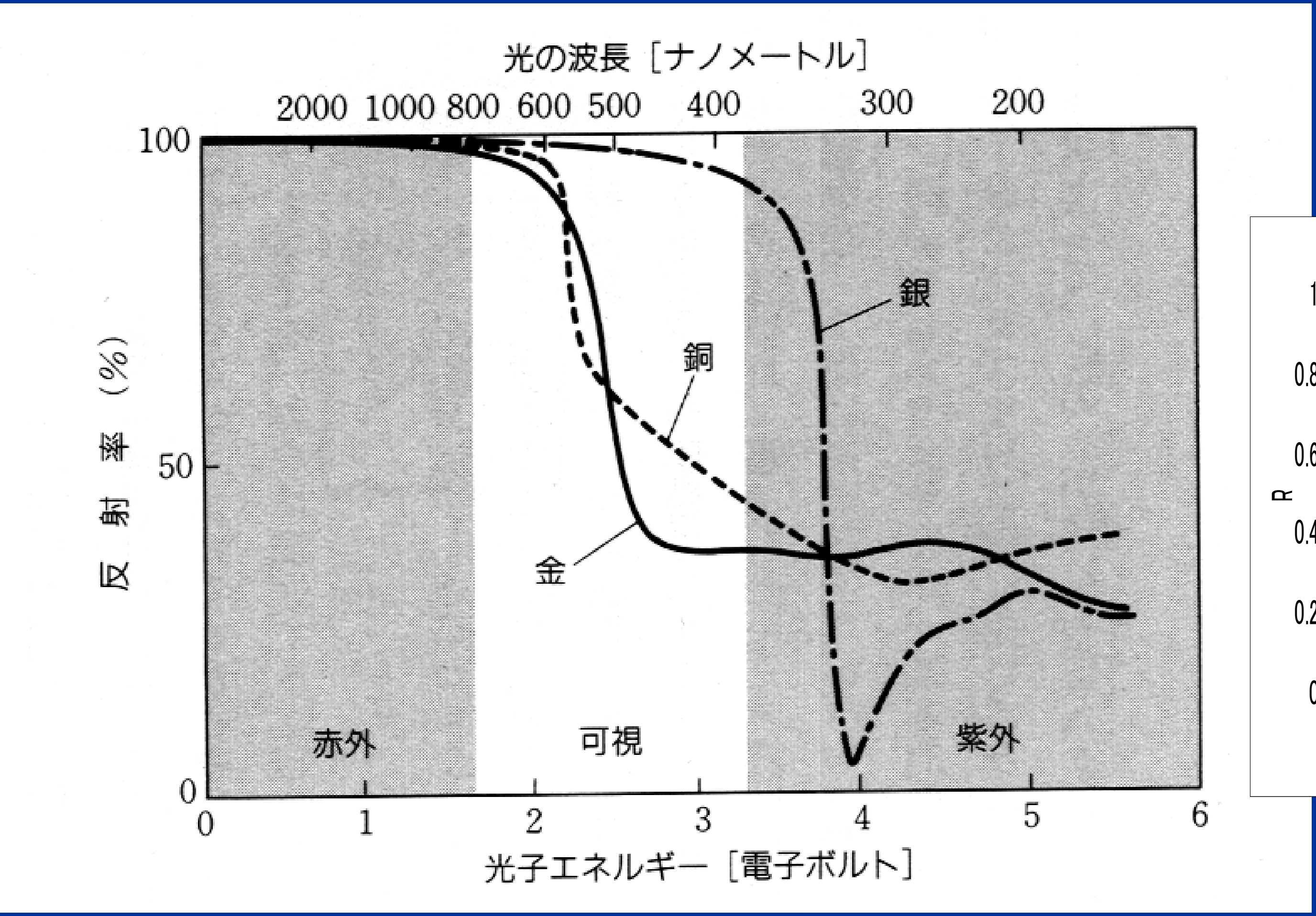
自由電子＋束縛電子の誘電率
Drude+Lorentz



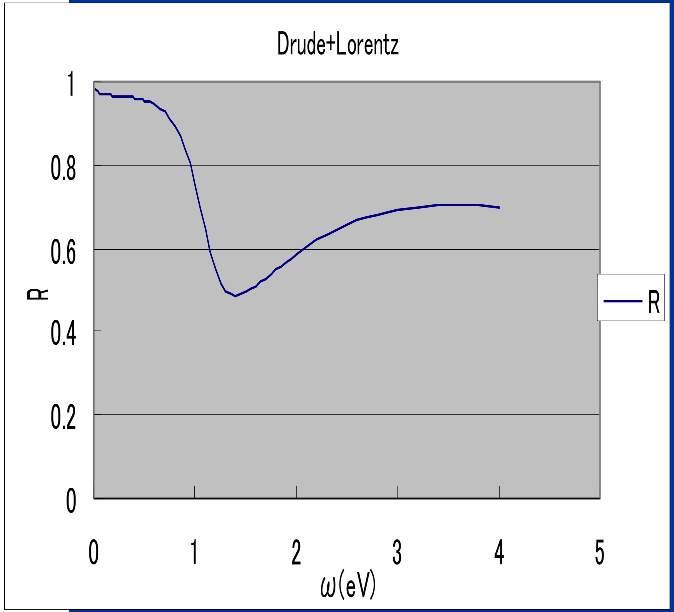
自由電子＋束縛電子の反射
反射　Drude+Lorentz



実例と比べてみよう



$\hbar\omega_p$=2eV
$\hbar/\tau$ =0.1eV
$\hbar\omega_0$=1.5eV
$\hbar/\tau_0$=0.1eV



第3回の問題

問1：Naは原子１個につき1個のs電子を結晶に供給する。
Naの結晶構造は体心立方(bcc)で、格子定数は
$a=4.3\times10^{-10}$mである。Naの電子密度nを求めよ。

問2：Naの電気抵抗率は$4.75\times10^{-8}\Omega$mである。
$\rho=1/\sigma=m/ne^2\tau$ の式を利用して、平均自由時間（散乱の緩和時間）τを計算せよ。

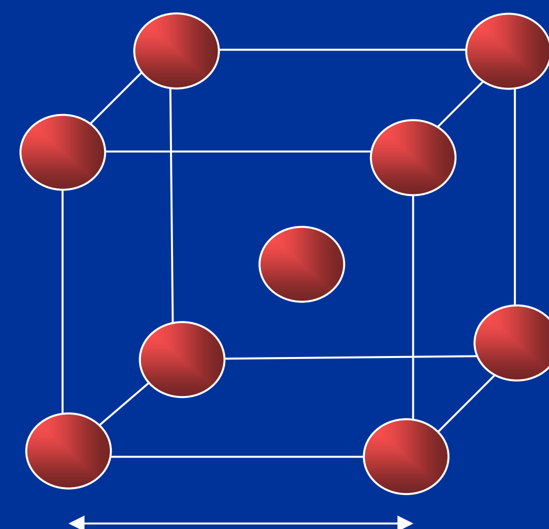
問３：Naのプラズマ角振動数ω_pを求めよ。（単位rad/s）
また、波長はいくらか。

$$\omega_p=\sqrt{nq^2/m\varepsilon_0}$$

$$\lambda=c/\nu=2\pi c/\omega$$

Naの抵抗率から電子の平均自由時間τを見積もる

- Naは、原子あたり1個の外殻電子を供給する。
- Naの結晶構造:bcc(体心立方格子)、格子定数は4.3×10^{-10}m、単位格子体積V =(　)m^3
- 1つの単位胞(unit cell)に原子はいくつあるか。単位格子あたりN=(　)原子
- 電子密度は$n = N/V$ =(　)個/m^3
- $\rho=1/\sigma=m/ne^2\tau$
- Naの抵抗率$\rho=4.75\times10^{-8}\Omega$m



宿題：5月９日締め切り

- 自由電子に対する運動方程式を解いて、電界$\boldsymbol{E}$を加えたときの電子変位$\boldsymbol{u}$を求め、$\boldsymbol{P}=nq\boldsymbol{u}$を使って分極$P$を計算し、$\boldsymbol{D}=\varepsilon_0\boldsymbol{P}+\boldsymbol{E}$、$\boldsymbol{D}=\varepsilon_r\varepsilon_0\boldsymbol{E}$から$\varepsilon_r$に対する式(Drudeの式)を求めよ。