

物性物理学特論A

磁気光学入門第6回 – 磁気光学効果の電子論(1):古典電子論 –

佐藤勝昭

慶應義塾大学講師(非常勤)

東京農工大学名誉教授・工学府特任教授

(独)科学技術振興機構(JST)戦略的創造研究事業さきがけ

「革新的次世代デバイスを目指す材料とプロセス」研究総括

磁気光学カー効果

- 反射の磁気光学効果を磁気光学カー効果(MOKE)という
 1. 通常の反射の法則を導く: 電界に対する反射率 = 複素振幅反射率(Fresnel係数)
 2. 右回り円偏光に対するFresnel係数と左回り円偏光に対するFresnel係数の差を考える。位相の差からKerr回転が振幅の差からKerr 楕円率が導かれる。

復習コーナー

斜め入射の場合の反射

- 反射は界面における電磁波の伝搬の境界条件により決められる。

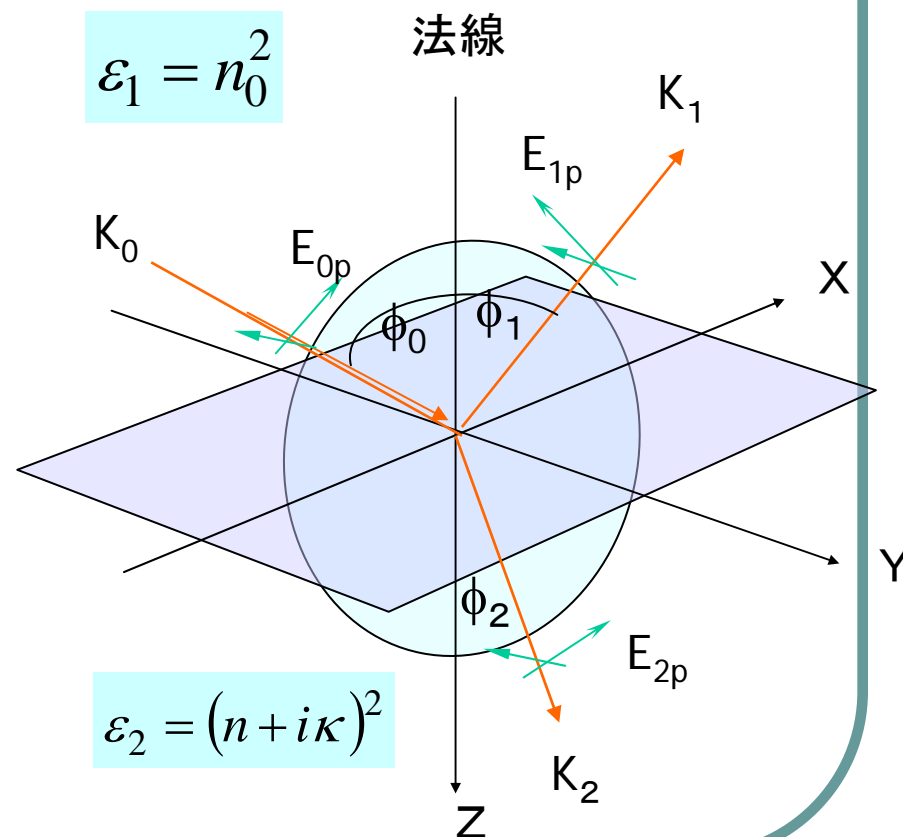
K のx成分の連続性

$$K_0 \sin \phi_0 = K_1 \sin \phi_1 = K_2 \sin \phi_2$$

これよりSnellの法則が導かれる。

$$\psi_0 = \psi_1$$

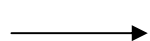
$$\frac{\sin \psi_2}{\sin \psi_0} = \frac{K_0}{K_2} = \sqrt{\frac{\epsilon_1}{\epsilon_2}} = \frac{\hat{N}_1}{\hat{N}_2}$$



復習コーナー

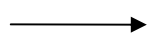
複素振幅反射率(Fresnel係数)

P偏光の反射



$$\begin{aligned} r_p &= \frac{E_1^P}{E_0^P} = \frac{K_2 \cos \psi_0 - K_0 \cos \psi_2}{K_2 \cos \psi_0 + K_0 \cos \psi_2} \\ &= \frac{K_2^2 \cos \psi_0 - K_0^2 \sqrt{K_2^2 - K_0^2 \sin^2 \psi_0}}{K_2^2 \cos \psi_0 + K_0^2 \sqrt{K_2^2 - K_0^2 \sin^2 \psi_0}} = \frac{\tan(\psi_0 - \psi_2)}{\tan(\psi_0 + \psi_2)} \end{aligned}$$

S偏光の反射



$$\begin{aligned} r_s &= \frac{E_1^S}{E_0^S} = \frac{K_0 \cos \psi_0 - K_2 \cos \psi_2}{K_0 \cos \psi_0 + K_2 \cos \psi_2} \\ &= \frac{K_0 \cos \psi_0 - \sqrt{K_2^2 - K_0^2 \sin^2 \psi_0}}{K_0 \cos \psi_0 + \sqrt{K_2^2 - K_0^2 \sin^2 \psi_0}} = -\frac{\sin(\psi_0 - \psi_2)}{\sin(\psi_0 + \psi_2)} \end{aligned}$$

ここに、 $r_p = |r_p| e^{i\delta_p}$ 、 $r_s = |r_s| e^{i\delta_s}$ である。

エリプソメトリ(偏光解析)

$$\frac{r_s}{r_p} = -\frac{\cos(\psi_0 - \psi_2)}{\cos(\psi_0 + \psi_2)} = \left| \frac{r_s}{r_p} \right| \exp(i\delta) \equiv \tan \rho \exp(i\delta)$$

- ρ azimuth (方位角)
- δ phase (位相差)
- 反射は方位角 ρ と位相差 $\delta = \delta_p - \delta_s$ によって記述できる。反射光は一般には楕円偏光になっているが、そのp成分とs成分の逆正接角 ρ と位相差 δ を測定すれば r が求められる。(測定には1/4波長板と回転検光子を用いる。)この方法を偏光解析またはエリプソメトリという。

P偏光反射率とS偏光反射率

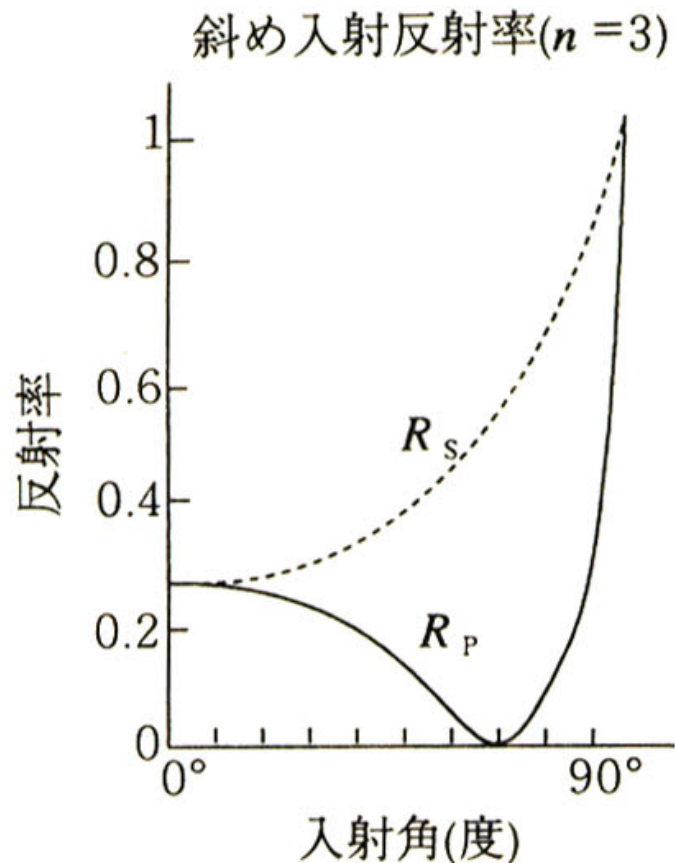
- 第1の媒体が真空、第2の媒体の複素屈折率が \hat{N} の場合

$$R_p = \left| \frac{\hat{N}^2 \cos \psi_0 - \sqrt{\hat{N}^2 - \sin^2 \psi_0}}{\hat{N}^2 \cos \psi_0 + \sqrt{\hat{N}^2 - \sin^2 \psi_0}} \right|^2$$

$$R_s = \left| \frac{\cos \psi_0 - \sqrt{\hat{N}^2 - \sin^2 \psi_0}}{\cos \psi_0 + \sqrt{\hat{N}^2 - \sin^2 \psi_0}} \right|^2$$

入射角に依存する反射率

- P偏光とS偏光では反射率の入射角依存性が異なる。

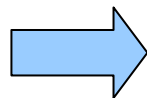


垂直入射の光強度反射率と位相

- $R=r^*r=|r|^2$ は光強度の反射率、 θ は反射の際の位相のずれ

$$R = \frac{(1-n)^2 + \kappa^2}{(1+n)^2 + \kappa^2}$$

$$\theta = \tan^{-1} \frac{-2\kappa}{n^2 + \kappa^2 - 1^2}$$



$$n = \frac{1-R}{1+R-2\sqrt{R}\cos\theta}$$

$$\kappa = \frac{2\sqrt{R}\sin\theta}{1+R-2\sqrt{R}\cos\theta}$$

反射率と位相

- Kramers-Kronig(クラマースクローニヒ)の関係

$$\theta(\omega) = \frac{\omega}{\pi} P \int_0^{\infty} \frac{\ln R(\omega')}{\omega'^2 - \omega^2} d\omega'$$

磁気光学力一効果

$$\theta_K = -\frac{\theta_+ - \theta_-}{2} \equiv -\frac{\Delta\theta}{2}$$

$$\eta_K = \frac{|r_+| - |r_-|}{|r_+| + |r_-|} \equiv \frac{1}{2} \frac{\Delta r}{r} = \frac{1}{4} \frac{\Delta R}{R}$$

- 磁気力一回転角 φ_K と磁気力一楕円率 η_K をひとまとめにした複素力一回転 Φ_K

$$\Phi_K = \varphi_K + i\eta_K = -\frac{\Delta\theta}{2} - i\frac{\Delta r}{2r} = -i\frac{\Delta\hat{r}}{2\hat{r}} \approx i\frac{1}{2} \ln\left(\frac{\hat{r}_-}{\hat{r}_+}\right)$$

復習コーナー 式の誘導

(3.78)

- r_{\pm} を N_{\pm} を使って表し、 N_{\pm} に $\varepsilon_{xx} \pm i\varepsilon_{xy}$ を代入すると、

$$\begin{aligned} \hat{r}_{\pm} &= \frac{N_{\pm} - n_0}{N_{\pm} + n_0} = \frac{\sqrt{\varepsilon_{xx} \pm i\varepsilon_{xy}} - n_0}{\sqrt{\varepsilon_{xx} \pm i\varepsilon_{xy}} + n_0} \approx \frac{\sqrt{\varepsilon_{xx} (1 \pm i\varepsilon_{xy} / \varepsilon_{xx})} - n_0}{\sqrt{\varepsilon_{xx} (1 \pm i\varepsilon_{xy} / \varepsilon_{xx})} + n_0} = \frac{\sqrt{\varepsilon_{xx}} (1 \pm i\varepsilon_{xy} / 2\varepsilon_{xx}) - n_0}{\sqrt{\varepsilon_{xx}} (1 \pm i\varepsilon_{xy} / 2\varepsilon_{xx}) + n_0} \\ &= \frac{\sqrt{\varepsilon_{xx}} - n_0 \pm i\varepsilon_{xy} / 2\sqrt{\varepsilon_{xx}}}{\sqrt{\varepsilon_{xx}} + n_0 \pm i\varepsilon_{xy} / 2\sqrt{\varepsilon_{xx}}} = \frac{\sqrt{\varepsilon_{xx}} - n_0}{\sqrt{\varepsilon_{xx}} + n_0} \cdot \frac{1 \pm i\varepsilon_{xy} / 2\sqrt{\varepsilon_{xx}} (\sqrt{\varepsilon_{xx}} - n_0)}{1 \pm i\varepsilon_{xy} / 2\sqrt{\varepsilon_{xx}} (\sqrt{\varepsilon_{xx}} + n_0)} \approx \hat{r} \left\{ 1 \mp \frac{in_0\varepsilon_{xy}}{\sqrt{\varepsilon_{xx}} (n_0^2 - \varepsilon_{xx})} \right\} \end{aligned}$$

(ここに、 $\hat{r} = (\sqrt{\varepsilon_{xx}} - n_0) / (\sqrt{\varepsilon_{xx}} + n_0)$ は、偏光を考えないときのフレネル係数です)

が得られますから、式(3.81)に代入すると式(3.82)となります。

$$\Phi_K = i \frac{1}{2} \ln \left(\frac{\hat{r}_-}{\hat{r}_+} \right) = i \frac{1}{2} \ln \left(\frac{\hat{r} \left(1 + \frac{in_0\varepsilon_{xy}}{\sqrt{\varepsilon_{xx}} (n_0^2 - \varepsilon_{xx})} \right)}{\hat{r} \left(1 - \frac{in_0\varepsilon_{xy}}{\sqrt{\varepsilon_{xx}} (n_0^2 - \varepsilon_{xx})} \right)} \right) \approx i \frac{1}{2} \ln \left(1 + \frac{i2n_0\varepsilon_{xy}}{\sqrt{\varepsilon_{xx}} (n_0^2 - \varepsilon_{xx})} \right) \approx \frac{n_0\varepsilon_{xy}}{\sqrt{\varepsilon_{xx}} (n_0^2 - \varepsilon_{xx})} \quad (3.82)$$

$$\Phi_K \approx \frac{\varepsilon_{xy}}{(1 - \varepsilon_{xx})\sqrt{\varepsilon_{xx}}}$$

- この式から、カー効果が誘電率の非対角成分 ε_{xy} に依存するばかりでなく、分母に来る対角成分 ε_{xx} にも依存することがわかる。

磁気光学効果の電子論

- 今回：古典電子論（光と磁気第4章4.1、4.2）
- 電子を古典的な粒子として扱い、磁場中の古典的運動方程式を解いて電子の変位を求め、分極や誘電率を計算します。
- 次回は量子論にもとづく扱いをお話しします。

誘電率と電気分極

- 物質中の電束密度は D は、真空中での電束密度 $\varepsilon_0 E$ に物質の電気分極 P がもたらす電束密度を付け加えたものとなっています。

$$D \equiv \tilde{\varepsilon} \varepsilon_0 E = \varepsilon_0 E + P \quad (4.1)$$

- 一般に、電気分極 P は印加電圧に依存し、電気感受率テンソルを用いて、次式のように表せます。

$$P = \varepsilon_0 \tilde{\chi} E \quad (4.2)$$

$$\text{比誘電率テンソルは } \tilde{\varepsilon} = 1 + \tilde{\chi} \quad (4.3)$$

$$\text{成分で書くと } \varepsilon_{ij} = \delta_{ij} + \chi_{ij} \quad (4.4)$$

電気分極は、電気双極子の総和

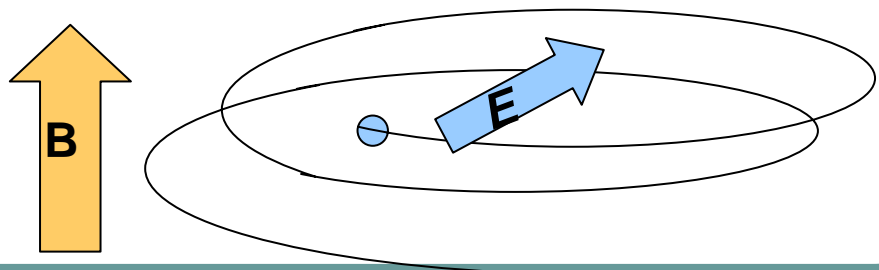
- 電気分極 P は単位体積あたりの電気双極子の総和を表しているので、電気双極子(電荷 $\pm q$ 、距離 u)密度を N とすると、 P は次式であらわされます。

$$P = Nqu \quad (4.5)$$

- したがって、電界 E を加えたときの電荷対の相対変位 u を見積もることができれば、電気感受率、ひいては、比誘電率を求めることができます。

電界・磁界のもとにおける荷電粒子の運動

- 古典力学の運動方程式を考えます。
 - 荷電粒子の電荷 q [C], 質量 m [kg]
 - 荷電粒子の変位 $\mathbf{u}=(x, y, z)$ [m]
 - 慣性力 $m d^2\mathbf{u}/dt^2$
 - 摩擦力 $m\gamma d\mathbf{u}/dt$
 - Lorentz力 $q(\mathbf{E}+\mathbf{v}\times\mathbf{B})=q(\mathbf{E}+d\mathbf{u}/dt\times\mathbf{B})$



運動方程式の振動解

運動方程式 $m \frac{d^2 \mathbf{u}}{dt^2} + m\gamma \frac{d\mathbf{u}}{dt} + m\omega_0^2 \mathbf{u} = q \left(\mathbf{E} + \frac{d\mathbf{u}}{dt} \times \mathbf{B} \right)$ (4.6)

$\mathbf{B} = (0, 0, B)$ (磁界はz方向を向いているとします。)

$\mathbf{E} = E_0 \exp(-i\omega t)$ $\mathbf{u} = \mathbf{u}_0 \exp(-i\omega t)$ (振動解を仮定します。)

$$-m\omega^2 \mathbf{u} - im\omega\gamma \mathbf{u} + m\omega_0^2 \mathbf{u} = q(\mathbf{E} - i\omega \mathbf{u} \times \mathbf{B})$$
 (4.7)

$$\left. \begin{aligned} m(\omega^2 + i\omega\gamma - \omega_0^2)x - i\omega qBy &= -qE_x \\ i\omega qBx + m(\omega^2 + i\omega\gamma - \omega_0^2)y &= -qE_y \\ m(\omega^2 + i\omega\gamma - \omega_0^2)z &= -qE_z \end{aligned} \right\} (4.8)$$

という連立方程式が得られます。

変位 u を求める

- 連立方程式を解いて、変位 $u=(x, y, z)$ を求めます。

$$x = -\frac{q}{m} \frac{\omega^2 + i\omega\gamma - \omega_0^2}{(\omega^2 + i\omega\gamma - \omega_0^2)^2 - \omega^2\omega_c^2} E_x - \frac{q}{m} \frac{i\omega\omega_c}{(\omega^2 + i\omega\gamma - \omega_0^2)^2 - \omega^2\omega_c^2} E_y$$

$$y = \frac{q}{m} \frac{i\omega\omega_c}{(\omega^2 + i\omega\gamma - \omega_0^2)^2 - \omega^2\omega_c^2} E_x - \frac{q}{m} \frac{\omega^2 + i\omega\gamma - \omega_0^2}{(\omega^2 + i\omega\gamma - \omega_0^2)^2 - \omega^2\omega_c^2} E_y$$

$$z = -\frac{q}{m} \frac{1}{\omega^2 + i\omega\gamma - \omega_0^2} E_z$$

電気分極 P を求める

- $P = nqu$ により分極 P を求めます。

$$P_x = -\frac{nq^2}{m} \frac{\omega^2 + i\omega\gamma - \omega_0^2}{(\omega^2 + i\omega\gamma - \omega_0^2)^2 - \omega^2\omega_c^2} E_x - \frac{nq^2}{m} \frac{i\omega\omega_c}{(\omega^2 + i\omega\gamma - \omega_0^2)^2 - \omega^2\omega_c^2} E_y$$

$$P_y = \frac{nq^2}{m} \frac{i\omega\omega_c}{(\omega^2 + i\omega\gamma - \omega_0^2)^2 - \omega^2\omega_c^2} E_x - \frac{nq^2}{m} \frac{\omega^2 + i\omega\gamma - \omega_0^2}{(\omega^2 + i\omega\gamma - \omega_0^2)^2 - \omega^2\omega_c^2} E_y$$

$$P_z = -\frac{nq^2}{m} \frac{1}{\omega^2 + i\omega\gamma - \omega_0^2} E_z$$

ここに $\omega_c = |qB/m|$ はサイクロトロン角振動数です。

電気感受率を求める

- $P = \chi \varepsilon_0 E$ により電気感受率 χ を求めます。

$$P_x = \varepsilon_0 (\chi_{xx} E_x + \chi_{xy} E_y)$$

$$P_y = \varepsilon_0 (-\chi_{xy} E_x + \chi_{xx} E_y)$$

$$P_z = \varepsilon_0 \chi_{zz} E_z$$

$$\chi_{xx}(\omega) = -\frac{nq^2}{m\varepsilon_0} \cdot \frac{\omega^2 + i\omega\gamma - \omega_0^2}{(\omega^2 + i\omega\gamma - \omega_0^2)^2 - \omega^2 \omega_c^2}$$
$$\chi_{xy}(\omega) = -\frac{nq^2}{m\varepsilon_0} \cdot \frac{i\omega\omega_c}{(\omega^2 + i\omega\gamma - \omega_0^2)^2 - \omega^2 \omega_c^2} \quad (4.9)$$
$$\chi_{zz}(\omega) = -\frac{nq^2}{m\varepsilon_0} \cdot \frac{1}{\omega^2 + i\omega\gamma - \omega_0^2}$$

$$\omega_c = |qB/m|$$

より、非対角成分は磁界に比例することがわかります。

が得られます。

誘電率に変換する

- $\varepsilon_{ij} = \delta_{ij} + \chi_{ij}$ を用いて、誘電率テンソルに変換します。

$$\varepsilon_{xx}(\omega) = 1 - \frac{nq^2}{m\varepsilon_0} \cdot \frac{\omega^2 + i\omega\gamma - \omega_0^2}{(\omega^2 + i\omega\gamma - \omega_0^2)^2 - \omega^2\omega_c^2}$$
$$\varepsilon_{xy}(\omega) = -\frac{nq^2}{m\varepsilon_0} \cdot \frac{i\omega\omega_c}{(\omega^2 + i\omega\gamma - \omega_0^2)^2 - \omega^2\omega_c^2} \quad (4.10)$$
$$\varepsilon_{zz}(\omega) = 1 - \frac{nq^2}{m\varepsilon_0} \cdot \frac{1}{\omega^2 + i\omega\gamma - \omega_0^2}$$

$\omega_c = |qB/m|$

伝導率テンソルであらわすと

- (4.10)式を σ で書き直すと

$$\begin{aligned}\sigma_{xx}(\omega) &= i\omega \frac{nq^2}{m} \cdot \frac{\omega^2 + i\omega\gamma - \omega_0^2}{(\omega^2 + i\omega\gamma - \omega_0^2)^2 - \omega^2\omega_c^2} \\ \sigma_{xy}(\omega) &= -\frac{nq^2}{m\epsilon_0} \cdot \frac{\omega^2\omega_c}{(\omega^2 + i\omega\gamma - \omega_0^2)^2 - \omega^2\omega_c^2} \\ \sigma_{zz}(\omega) &= i\omega \frac{nq^2}{m\epsilon_0} \cdot \frac{1}{\omega^2 + i\omega\gamma - \omega_0^2}\end{aligned}\tag{4.11}$$

磁界ゼロの場合：ローレンツの式

- $B=0$ なので $\omega_c=0$ を代入するとLorentzの分散式が得られます。

$$\left. \begin{aligned} \varepsilon_{xx}(\omega) = \varepsilon_{zz}(\omega) &= 1 - \frac{nq^2}{m\varepsilon_0} \cdot \frac{1}{\omega^2 + i\omega\gamma - \omega_0^2} \\ \varepsilon_{xy}(\omega) &= 0 \end{aligned} \right\} (4.12)$$

$$\left. \begin{aligned} \varepsilon'_{xx}(\omega) &= 1 - \frac{nq^2}{m\varepsilon_0} \cdot \frac{\omega^2 - \omega_0^2}{(\omega^2 - \omega_0^2)^2 + \omega^2\gamma^2} \\ \varepsilon''_{xx}(\omega) &= \frac{nq^2}{m\varepsilon_0} \cdot \frac{\omega\gamma}{(\omega^2 - \omega_0^2)^2 + \omega^2\gamma^2} \end{aligned} \right\} (4.13)$$

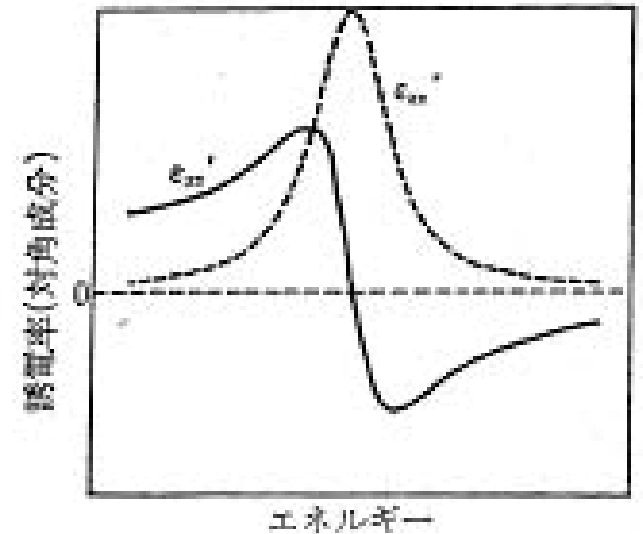


図 4.1 変調された電子の古典的運動方程式より得られた誘電率テンソルの対角成分のスペクトル
実線は実数部、点線は虚数部。

磁界がなく，束縛項もない場合： ドルーデの式

- $\omega_c=0$, $\omega_0=0$ とおくとDrudeの式が得られます。

$$\left. \begin{aligned} \varepsilon_{xx}(\omega) = \varepsilon_{zz}(\omega) &= 1 - \frac{nq^2}{m\varepsilon_0} \cdot \frac{1}{\omega(\omega + i\gamma)} \\ \varepsilon_{xy}(\omega) &= 0 \end{aligned} \right\} (4.14)$$

$$\left. \begin{aligned} \varepsilon'_{xx}(\omega) &= 1 - \frac{nq^2}{m\varepsilon_0} \cdot \frac{1}{\omega^2 + \gamma^2} \\ \varepsilon''_{xx}(\omega) &= \frac{nq^2}{m\varepsilon_0} \cdot \frac{\gamma}{\omega(\omega^2 + \gamma^2)} \end{aligned} \right\} (4.15)$$

$\omega = \omega_{p'}$ のとき実数部はゼロを横切ります。

$\omega \rightarrow 0$ のとき虚数部は発散します。

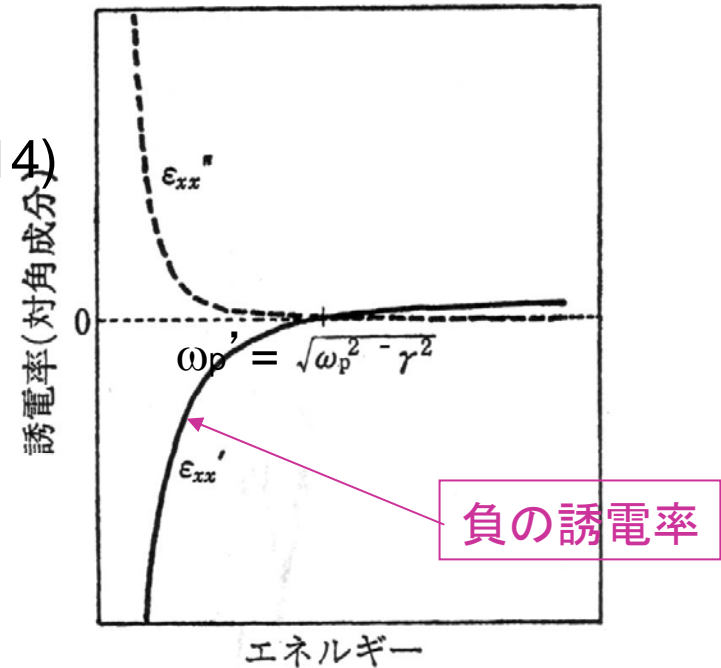


図 4.2 自由電子の古典的運動方程式より得られた誘電率テンソルの対角成分のスペクトル，いわゆるドルーデ型のスペクトル
実線は実数部，点線は虚数部。

プラズマ振動数

- Drudeの式で、ダンピング項 γ を0としたとき、 ε の実数部が0となる振動数を自由電子プラズマ振動数 ω_p とよび下の式で求められます。

$$\varepsilon'_{xx}(\omega) = 1 - \frac{nq^2}{m\varepsilon_0} \cdot \frac{1}{\omega_p^2} = 0 \quad \longrightarrow \quad \omega_p = \sqrt{\frac{nq^2}{m}}$$

ダンピングのある場合のDrudeの式を ω_p を使って書き直すと

$$\varepsilon'_{xx}(\omega) = 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2 + \gamma^2} \quad \longrightarrow \quad \omega'_p = \sqrt{\omega_p^2 - \gamma^2}$$

$\varepsilon''_{xx}(\omega) = \frac{\gamma\omega_p^2}{\omega(\omega^2 + \gamma^2)}$
においてゼロを横切ります

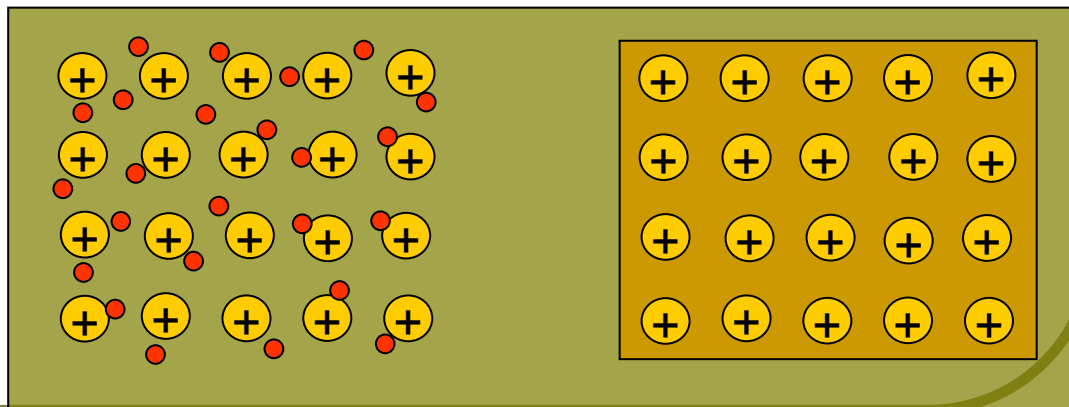
FAQ

金属中の電子はなぜ自由電子と見なせるのか

- 金属では、構成している原子が外殻電子を放出して結晶全体に広がる電子の海を作っています。
- この電子の海による遮蔽効果で、原子核の正電荷からのクーロンポテンシャルは非常に弱められています。
- このため、電子はあたかも自由電子のように振る舞うのです。実際、有効質量もほとんど自由電子質量と一致すると言われています。

金属結合

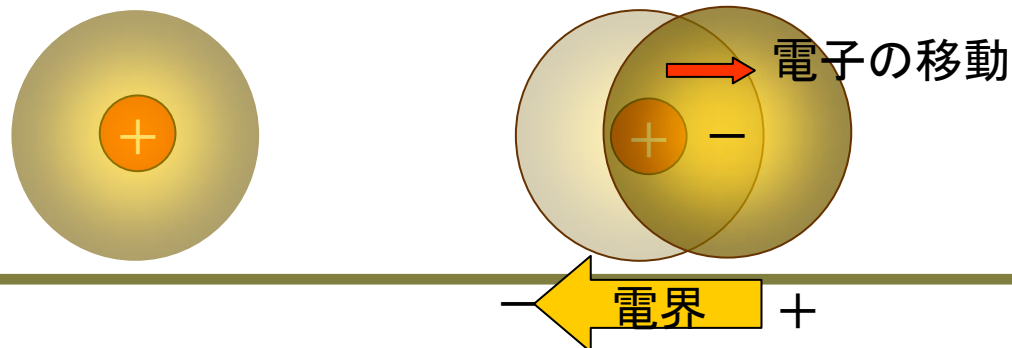
- 金属においては、原子同士が接近していて、外殻のs電子は互いに重なり合い、各軌道は2個の電子しか収容できないので膨大な数の分子軌道を形成しています。
- 電子は、それらの分子軌道を自由に行き来し、もとの電子軌道から離れて結晶全体に広がります。これを非局在化といいます。
- 正の原子核と負の非局在電子の間には強い引力が働き、金属の凝集が起きます。
- この状態を指して、**電子の海に正の原子核が浮かんでいる**と表現されます。



FAQ

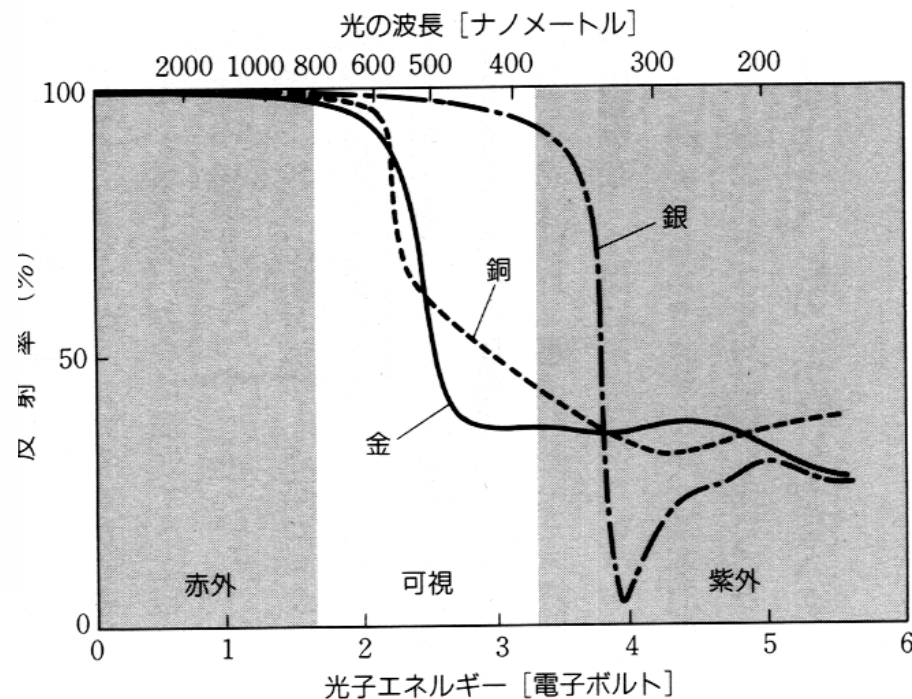
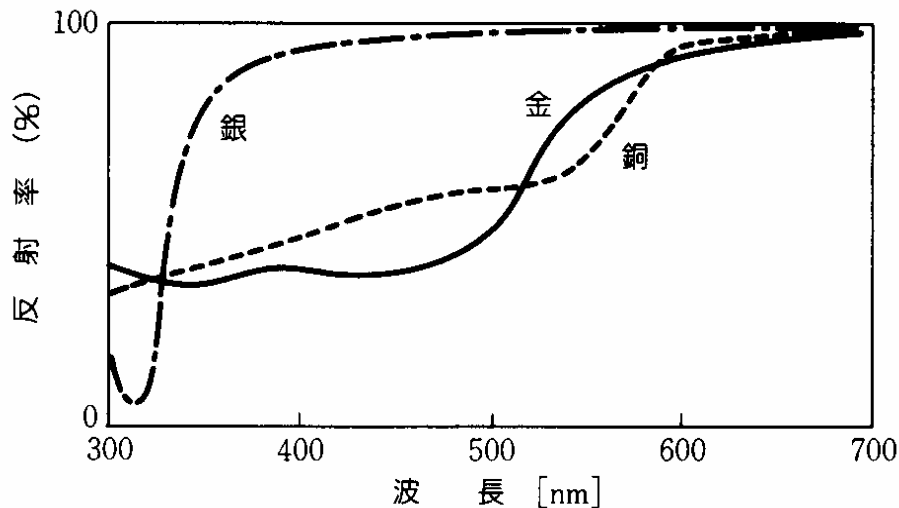
自由電子とプラズマとの関係が分からない

- 金属は電子がたくさんありますが、全体としては中性です。これは、電子による負電荷の分布の中心と原子核の正電荷の中心が一致しているからです。
- 光の電界を受けて電子が+側に移動すると、一側には正電荷が残されます。この結果電気分極が生じるのですが、このように正電荷と負電荷が空間的に分離した状態をプラズマというのです。



FAQ

金銀銅の反射スペクトル



$$E[\text{J}] = h[\text{J} \cdot \text{s}] \nu[\text{s}^{-1}] = \frac{h[\text{J} \cdot \text{s}] c[\text{m} \cdot \text{s}^{-1}]}{\lambda[\text{m}]}$$

$$E[\text{eV}] = \frac{h[\text{J} \cdot \text{s}] c[\text{m} \cdot \text{s}^{-1}]}{\lambda[\text{m}] e[\text{C}]} = \frac{6.626 \times 10^{-34} \times 2.998 \times 10^8}{\lambda[\text{nm}] \times 10^{-9} \times 1.602 \times 10^{-19}} = \frac{1240}{\lambda[\text{nm}]}$$

貴金属の選択反射の原因

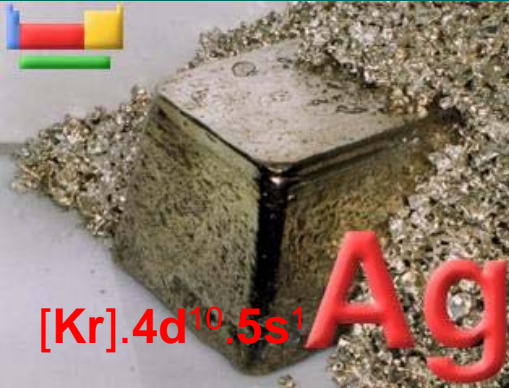
- 光は電磁波の一種です。つまりテレビやラジオの電波と同じように電界と磁界が振動しながら伝わっていきます。
- 金属中に光がはいると金属中に振動電界ができ、この電界を受けて自由電子が加速され集団的に動きます。
- 電子はマイナスの電荷を持っているので、電位の高い方に引き寄せられます。その結果電位の高い方にマイナスの電荷がたまり、電位の低い側にプラスの電荷がたまって、電気分極が起きます。
- 外から金属に光の電界が進入しようとするすると、逆向きの電気分極が生じて電界を遮蔽してしまっていて、光は金属中に入れません。光が入れないということは、いかえれば、光が全部反射されてしまうということを意味します。

貴金属

銅



銀



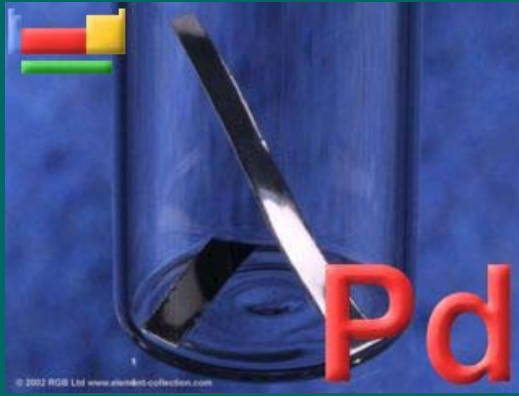
金



Ni ²⁸	Cu ²⁹
3d ⁸	3d ¹⁰
4s ²	4s
Pd ⁴⁶	Ag ⁴⁷
4d ¹⁰	4d ¹⁰
-	5s
Pt ⁷⁸	Au ⁷⁹
5d ⁹	5d ¹⁰
6s	6s

WebElementsTM Periodic table
 (<http://www.webelements.com/>) より

パラジウム



白金



磁界がかかっており束縛項がない場合：マグネトプラズマ共鳴

- $\omega_0=0, \gamma=0$ を代入しますと

$$\begin{aligned}\varepsilon_{xx}(\omega) &= 1 - \frac{nq^2}{m\varepsilon_0} \cdot \frac{1}{\omega^2 - \omega_c^2} = 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2 - \omega_c^2} \\ \varepsilon_{xy}(\omega) &= \frac{nq^2}{m\varepsilon_0} \cdot \frac{-i\omega_c}{\omega(\omega^2 - \omega_c^2)} = -i \frac{\omega_p^2 \omega_c}{\omega(\omega^2 - \omega_c^2)} \\ \varepsilon_{zz}(\omega) &= 1 - \frac{nq^2}{m\varepsilon_0} \frac{1}{\omega^2} = 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2}\end{aligned}$$

$\omega^2 = \omega_p^2 + \omega_c^2$ で
ゼロを横切る

マグネトプラズマ共鳴

$\omega = \omega_c$ で発散

マグネトプラズマ共鳴の伝導率表現

- $\sigma_{ij} = -i\omega\varepsilon_0(\varepsilon_{ij} - \delta_{ij})$ により σ に変換すると

$$\begin{aligned}\sigma_{xx}(\omega) &= -i\omega\varepsilon_0(\varepsilon_{zz} - 1) = \frac{i\omega\omega_p^2\varepsilon_0}{\omega^2 - \omega_c^2} \\ \sigma_{xy}(\omega) &= -i\omega\varepsilon_0\varepsilon_{xy} = -\frac{\omega_p^2\omega_c}{\omega^2 - \omega_c^2}\varepsilon_0 \\ \sigma_{zz}(\omega) &= -i\omega\varepsilon_0(\varepsilon_{zz} - 1) = \frac{i\omega_p^2\varepsilon_0}{\omega}\end{aligned}\quad (4.17)$$

ホール効果

(直流において、自由電子のみを考え、磁界のある場合)

- DCにおいては、 $\omega \rightarrow 0$ とすることにより、次式を得ます。 σ_{xy} はx方向に電流が流れたときy方向に電圧が生じることを表していますから、まさにホール効果を記述するものとなっています。

$$\left. \begin{aligned} \sigma_{xx}(0) &= \frac{nq^2}{m} \cdot \frac{\gamma}{\omega_c^2 + \gamma^2} = nq \frac{q}{m\gamma} \frac{\gamma^2}{\omega_c^2 + \gamma^2} = nq\mu \frac{\gamma^2}{\omega_c^2 + \gamma^2} = \frac{\sigma_0}{(\omega_c/\gamma)^2 + 1} \\ \sigma_{xy}(0) &= -\frac{nq^2}{m} \cdot \frac{\omega_c}{\omega_c^2 + \gamma^2} = -nq \frac{q}{m\gamma} \frac{\gamma\omega_c}{\omega_c^2 + \gamma^2} = -\sigma_0 \frac{\omega_c/\gamma}{(\omega_c/\gamma)^2 + 1} \\ \sigma_{zz}(0) &= \frac{nq^2}{m} \cdot \frac{1}{\gamma} = nq \frac{q}{m\gamma} = nq\mu = \sigma_0 \end{aligned} \right\} \quad (4.18)$$

ここに σ_0 は直流伝導率です。抵抗率テンソルに変換すると次式になります。

$$\left. \begin{aligned} \rho_{xx} = \rho_{zz} &= \frac{1}{\sigma_0} \\ \rho_{xy} &= R_H B \end{aligned} \right\} \quad (4.19) \quad \hat{\rho} = \begin{pmatrix} 1/\sigma_0 & -R_H B & 0 \\ R_H B & 1/\sigma_0 & 0 \\ 0 & 0 & 1/\sigma_0 \end{pmatrix}$$

磁界がかかっている、束縛がなく、散乱のない場合

$$\varepsilon_{xx}(\omega) = 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2 - \omega_c^2}$$

$$\varepsilon_{xy}(\omega) = -i \frac{\omega_p^2 \omega_c}{\omega(\omega^2 - \omega_c^2)}$$

$$\varepsilon_{zz}(\omega) = 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2}$$

$$N_{\pm}^2 = \varepsilon_{xx} \pm i\varepsilon_{xy} = 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega(\omega^2 - \omega_c^2)}(\omega \pm \omega_c) = 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega(\omega \mp \omega_c)}$$

(4. 21)

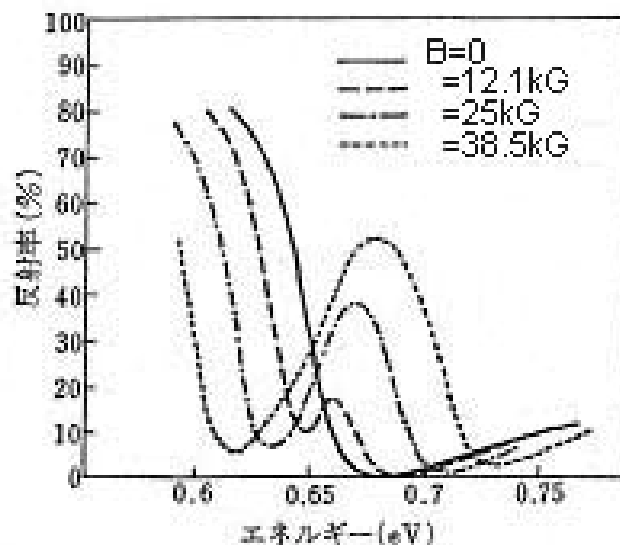


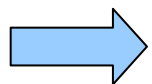
図 4.8 InSb のマグネトプラズマ反射スペクトル¹⁹⁾

Feの磁気光学効果は古典電子論で説明できるか？

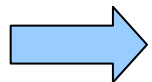
$$\varepsilon_{xy}(\omega) = -\frac{nq^2}{m\varepsilon_0} \cdot \frac{i\omega\omega_c}{\left(\omega^2 + i\omega\gamma - \omega_0^2\right)^2 - \omega^2\omega_c^2} \quad (4.10)$$

- 比誘電率の非対角成分の大きさ: 最大5の程度

$$\left. \begin{array}{l} \text{キャリア密度 } n = 10^{22} \text{ cm}^{-3} = 10^{28} \text{ m}^{-3} \\ \hbar\omega = \hbar\omega_0 = 2\text{eV} \quad \hbar\gamma = 0.1\text{eV} \end{array} \right\} \text{と仮定}$$



$B=3000\text{T}$ という非現実的な磁界が必要



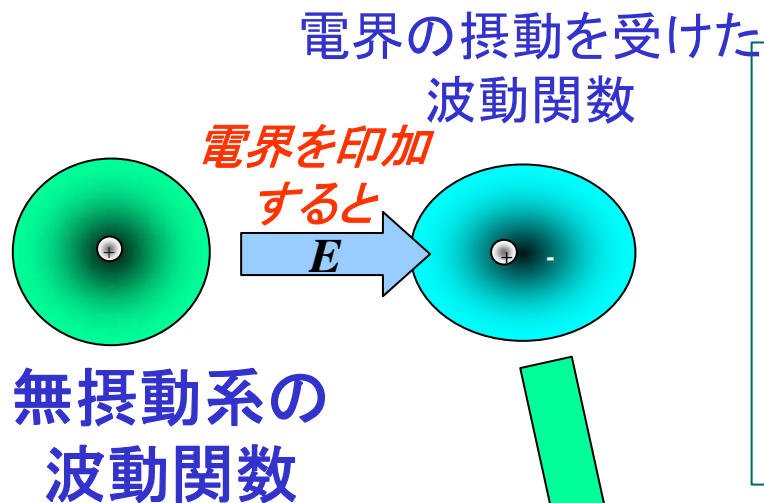
磁気光学効果の量子論

- スピン軌道相互作用によって初めて説明可能

量子論に向けて

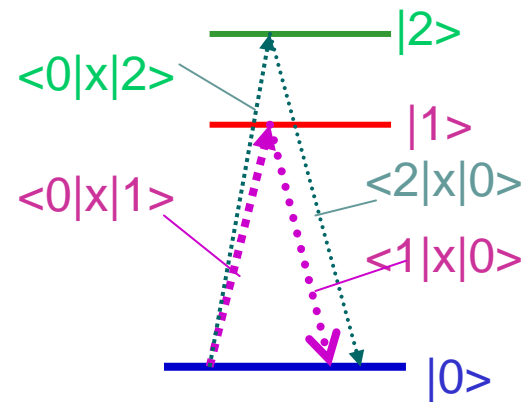
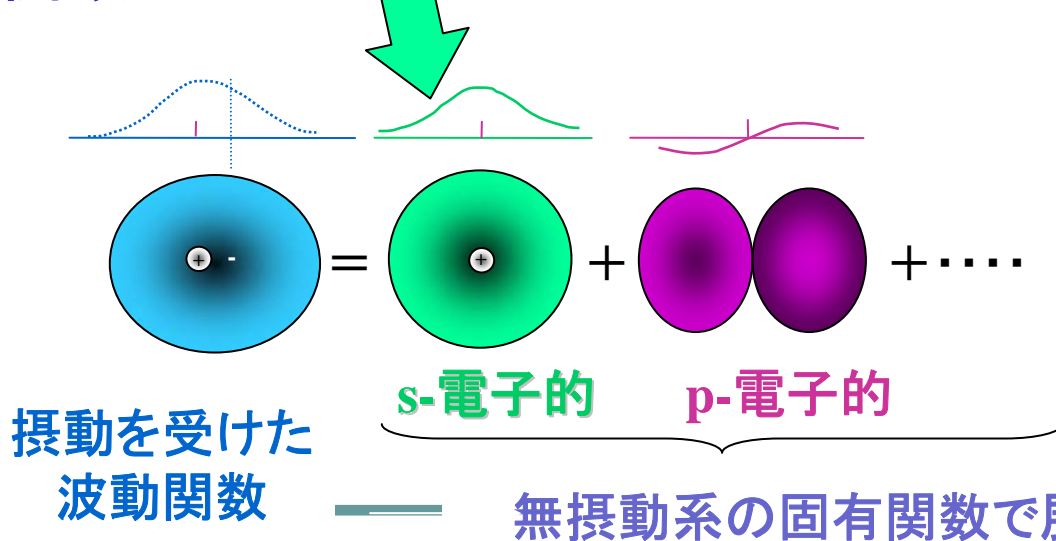
- 古典電子論では、電子が原子核にバネで結びついているイメージで説明しました。
- しかし、実際には、電子は原子核の付近にクーロン力で束縛され、その軌道のエネルギーは、量子数で指定されるとびとびの値をとります。
- 誘電率とは、物質に電界が加わったときの分極のできやすさを表す物理量です。分極とは、電界によって電子の波動関数の分布の形がゆがみ、重心(負電荷)が原子核(正電荷)の位置からずれることを意味します。
- 波動関数の分布のゆがみは、量子力学では、基底状態の波動関数に、励起状態の波動関数が混じり込むことによって生じます。この変化の様子を説明するのが「摂動論」です。

電子分極のミクロな扱い: 対角成分



$$\chi_{xx}(\omega) = \frac{2Nq^2}{\hbar\epsilon_0} \sum_j \omega_{j0} |\langle j|x|0\rangle|^2 \left[\frac{1}{\omega_{j0}^2 - \omega^2} \right]$$

$$= \frac{2Nq^2}{\hbar\epsilon_0} \left(\frac{\omega_{10} |\langle 1|x|0\rangle|^2}{\omega_{10}^2 - \omega^2} + \frac{\omega_{20} |\langle 2|x|0\rangle|^2}{\omega_{20}^2 - \omega^2} + \dots \right)$$



量子力学入門

- 量子力学では、電子は波動関数 φ で表されます。
- 波動関数の絶対値の2乗 $|\varphi|^2$ が存在確率を与えます。
- 電子の状態を記述するには、運動方程式の代わりに、シュレーディンガーの波動方程式を用います。
- シュレーディンガー方程式は、 $H\varphi=E\varphi$ と書きます。ここに H はハミルトニアン演算子、 E はエネルギーの固有値です。
- ハミルトニアン演算子 H は、運動量演算子 p 、ポテンシャルエネルギー演算子 V を用いて $H=-(1/2m)p^2+V$ となります。ここに p は、 $p = -i\hbar\nabla$ によって表される演算子です。
- 運動量の期待値は、 p を φ^* と φ で挟み全空間で積分して求めます。

$$\langle p \rangle = \frac{\int \varphi^* p \varphi d\tau}{\int \varphi^* \varphi d\tau}$$

課題

1. 式(4.7)から式(4.9)が導かれることを確かめてください。
2. 今回の講義の感想・質問等を書いてください。