4．1　光学現象の巨視的機構－物質中の光の伝搬－

4．1．1　等方性連続媒質の中の光の伝搬

ここでは、物質を連続媒質であるとして扱う。光の波長は原子の尺度に比べれば1000倍以上も大きいので光の伝搬を論じるときにはこのような扱いをしてもかまわない。連続媒質中を x 方向に進む光の電界ベクトル E は

$$E=E_0 e^{-i\omega t+iKx/c} \qquad (4.1.1)$$

で表される。上式においてKは波数を表す。等方性の媒体においては $K=\omega N/c$ とおくことができる。ここに N は複素屈折率で、屈折率 n と消光係数 κ を用いて、$N=n+i\kappa$ と表される。n と κ を併せて光学定数という。このNを式(4.1.1)に代入すると

$$E=E_0 e^{-\omega\kappa x/c}\cdot e^{-i\omega(t-nx/c)} \qquad (4.1.2)$$

となる。この式の、最初の因子 $e^{-\omega\kappa x/c}$ は振幅が距離とともに減衰していく様子を表し、二番目の因子 $e^{-i\omega(t-nx/c)}$が波の伝搬していく様子を表す。光の強度 I は波の振幅の絶対値の二乗に比例する量であるから、

$$I\propto|E|^2=E_0{}^2 e^{-2\omega\kappa x/c} \qquad (4.1.3)$$

で表されるが、これは光が物質中を進むときに吸収を受けて弱くなったことを表す．このように、κ は光の減衰を表すので消光係数という。

物質による光の吸収の強さを表すのが吸収係数 α[m^{-1}]である。吸収係数は入射光の強度が 1/e になるまでに光が進む距離の逆数である。すなわち、物質中を、0からx[m]まで光が進んだとき、x＝0 において $I(0)$であった光強度が x においては $I(x)$になっていたとすると、

$$I(x)=I(0)e^{-\alpha x} \qquad (4.1.4)$$

として、吸収係数 α が定義される。吸収係数と消光係数の関係は、式(4.1.3)と式(4.1.4)を比較して

$$\alpha=2\omega\kappa/c=4\pi\kappa/\lambda \qquad (4.1.5)$$

と与えられる。ここに λ は波長を表す。

このときの電磁波の伝搬の様子はマクスウェルの方程式を用いて表すことができる。すなわち、

$$\left.\begin{aligned} \mathrm{rot}H&=\partial D/\partial t+J \\ \mathrm{rot}E&=-\partial B/\partial t \end{aligned}\right\} \qquad (4.1.6)$$

ここに、E、H は、それぞれ、電界[V/m]、磁界[A/m]を表すベクトル量である。また、D、B、J は、それぞれ、電束密度[C/m^2]、磁束密度[T(ﾃｽﾗ)]、電流密度[A/m^2]を表す。媒質が等方的であり, 外部磁界や外部電界などを加えなければ、D と E の関係、B と H の関係、および、J と E の関係は、スカラーの比誘電率 ε_r、比透磁率 μ_r、および、導電率 σ を用いて、

$$\begin{aligned} D&=\varepsilon_r\varepsilon_0 E \\ B&=\mu_r\mu_0 H \qquad (4.1.7) \\ J&=\sigma E \end{aligned}$$

と書き表される。ε_0、μ_0 は真空の誘電率および透磁率である。ここに、$\varepsilon_0\mu_0=1/c^2$ であることに注意しておこう。

光の周波数（～10^{14}Hz）に対しては、比誘電率 ε_r は複素数であって、一般に

$$\varepsilon_r=\varepsilon_r'+i\varepsilon_r'' \qquad (4.1.8)$$

と書き表される。

一方、比透磁率μ_rは光の周波数においては1とみなせる。また、伝導電流を変位電流にくりこむことによって、(4.1.6)式の第1式はJを省略でき、第2式と対称性のよい関係となる。ここで、E、Hに(4.1.2)式のような時間、距離依存性を仮定すると、マクスウェルの方程式は

$$(N^2-\varepsilon_r)E=0 \qquad (4.1.9)$$

となる。(問題 4.1 参照)この方程式が$E\neq0$なる解を得るためには

$$N^2=\varepsilon_r \qquad (4.1.10)$$

でなければならない。この式に、$N=n+i\kappa$、$\varepsilon r=\varepsilon r'+i\varepsilon r''$を代入して実数部どうし、虚数部どうしを比較すると

$$\left.\begin{array}{l}\varepsilon_r'=n^2-\kappa^2\\ \varepsilon_r''=2n\kappa\end{array}\right\} \qquad (4.1.11)$$

という関係が導かれる。透明媒体を扱っているときは、吸収が0すなわち$\kappa=0$とみなせるので、第1式から

$$\varepsilon_r=n^2 \qquad (4.1.12)$$

が導かれる。この式を使うと、比誘電率がわかれば屈折率のおよその見積もりをすることができる。たとえば、Si 単結晶の比誘電率ε_rは 11.9 である。上式を使うと Si の透明領域の屈折率が$n=3.44$と求められる。(このことは、比誘電率が電子分極のみから生じている場合のみ正しい。)

次に、(4.1.11)から、n、κをεの関数として求めると、

$$\left.\begin{array}{l}n^2=(|\varepsilon|+\varepsilon_r')/2\\ \kappa^2=(|\varepsilon|-\varepsilon_r')/2\end{array}\right\} \qquad (4.1.13)$$

が得られる。ここに、$|\varepsilon r|=(\varepsilon_r'^2+\varepsilon_r''^2)^{1/2}$である。