

M. ティンカム 著

超伝導現象

小林俊一 訳



Introduction to Superconductivity

$$\alpha \propto \int N(E)N(E+\hbar\omega)dE \approx \int N^2(E)dE$$

である。\$\int N(E)dE\$ は超伝導になっても変わらないので、\$N_s(E)\$ の鋭い増加によって \$\int N_s^2 dE\$ は \$\int N_n^2 dE\$ よりも大きくなるべきではない。もし、単純な BCS の形を使うことが状態密度のピークの鋭さを過大評価したことになるのであるとすれば、この大きすぎる \$\alpha\$ は説明がつく。

状態密度に見かけ上の余分の幅を作る理由が二つ見つけれられた。第1は、現実の結晶ではエネルギー・ギャップに異方性があるために、Fermi 面上で \$\Delta_k\$ に広がりを作るといふものである。したがって \$N_s(E)\$ のピークは代表的には 1/10 程度のエネルギー幅をもつようにぼやけることになる。不純物濃度を変えたアルミニウムについての Masuda¹⁾ による実験がこの説明を支持する結果を与えている。彼はより汚れた試料で \$1/T_1\$ がより大きくなることを観測した。これは、対応する時間 \$\hbar/\Delta\$ のうちに、電子が多数回散乱を受けいろいろな \$\mathbf{k}\$ の値を経験するとき、ギャップがどの電子にとってもほとんど等しい値に近づくといふ Anderson の汚れた超伝導体の理論と相入れる。

Fibich²⁾ によると、もう一つの説明は、不確定性原理の議論から示されるように、準粒子状態がフォノンを放出することで、その寿命が有限になるとピークの鋭さが損われるというものである。この機構は粗っぽくいって不純物には依らないと考えられるが、強結合超伝導体ではより重要であるだろう。インジウムについてのいくつかのデータがこのことを支持しているようである。したがってこれら二つの機構は、共に、相応な状況の下で重要であると考えられる。

2-9.3 電磁波の吸収

相互作用のハミルトニアン \$\mathbf{p} \cdot \mathbf{A}\$ はやはり場合 II のコヒーレンス因子に従うので、前節の核磁気緩和の結果を低周波の電磁輻射の吸収を記述するのにもち込むことができる。与えられた場が \$E\$ のとき、単位体積あたりの電磁エネルギーの吸収は、\$\sigma_1\$ を複素伝導度 \$\sigma_1(\omega) - i\sigma_2(\omega)\$ の実数部として \$\sigma_1 E^2\$ と書けるので先の量 \$\alpha_s/\alpha_n\$ はここでは \$\sigma_{1s}/\sigma_n\$ である。したがって \$\hbar\omega \ll \Delta\$ のとき、\$\sigma_{1s}/\sigma_n\$ は \$T_c\$ の直下で 1 よりも大きくなりそれより低温で指数関数的にゼロに近づくことが予想される。前にも述べたとおり、このような振舞いは、\$n_n \leq n\$ で

1) Y. Masuda, *Phys. Rev.* **126**, 1271 (1962).

2) M. Fibich, *Phys. Rev. Letters* **14**, 561 (1965).

ある単純な二流体の描像とは定性的に相入れない。

しかし、核磁気緩和の場合とは違い、今度は準粒子の対を作れるほど高い周波数を使うことができる。このような過程は \$\hbar\omega \geq 2\Delta\$ になれば直ちに、すでに扱った散乱過程につけ加わって起こりはじめる。実際、\$T=0\$ では熱的に励起された準粒子は居ないから、エネルギーを吸収できるのは、この対を作る過程だけである。これまでの「半導体」モデルでの符号の決め方に従うと、始状態のエネルギーは \$E \leq -\Delta\$ でなければならず、終状態では \$E+\hbar\omega \geq \Delta\$ でなければならない。したがって、\$\hbar\omega < 2\Delta\$ では \$\sigma_1(\omega) = 0\$ であり、\$\hbar\omega = 2\Delta\$ が 2-9 図に示したように「吸収端」になる。\$T=0\$ では (2-91) で Fermi 関数を 0 から 1 と置くことで吸収を計算できる。

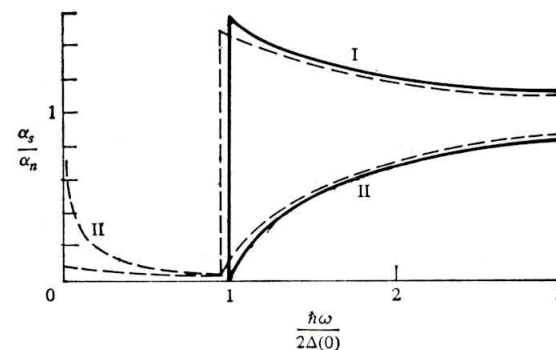
$$\frac{\sigma_{1s}}{\sigma_n} \Big|_{T=0} = \frac{1}{\hbar\omega} \int_{\Delta-\hbar\omega}^{-\Delta} \frac{|E(E+\hbar\omega)+\Delta^2|}{(E^2-\Delta^2)^{1/2} [(E+\hbar\omega)^2-\Delta^2]^{1/2}} dE \quad (2-94)$$

Mattis と Bardeen¹⁾ が示したように、この積分は数表にある完全楕円積分 \$E\$ と \$K\$ で表わせる。すなわち

$$\frac{\sigma_{1s}}{\sigma_n} \Big|_{T=0} = \left(1 + \frac{2\Delta}{\hbar\omega}\right) E(k) - \frac{4\Delta}{\hbar\omega} K(k) \quad \hbar\omega \geq 2\Delta \quad (2-95)$$

ここで

$$k = \frac{\hbar\omega - 2\Delta}{\hbar\omega + 2\Delta} \quad (2-95a)$$



2-9 図 \$T=0\$ (実線) と \$T \approx \frac{1}{2}T_c\$ (破線) での場合 I と場合 II に従う吸収過程の周波数依存性。

1) D. C. Mattis and J. Bardeen, *Phys. Rev.* **111**, 412 (1958).

である。2-9 図に示したように、 σ_{1s}/σ_n は $\hbar\omega=2\Delta$ でゼロから有限な勾配をもって立ち上がり、 $\hbar\omega \gg 2\Delta$ でゆっくりと 1 に近づく。有限温度では、 $\Delta(T) < \Delta(0)$ であり、また $\hbar\omega < 2\Delta(T)$ でも熱的に励起された準粒子が吸収に寄与する。正確な振舞いを知るには数値計算が必要であるが、破線で $T > 0$ での定性的な様子を示した。 $\hbar\omega \rightarrow 0$ での増加は $1/T_1$ の議論のとき現われた対数的な依存性そのものである。

歴史的にいうと、 T_0 より充分低い温度で、超伝導体にはエネルギー・ギャップがあることをはっきりと示し、またその大きさを与えたのは、吸収端近くの領域の遠赤外線を使った Glover と Tinkham¹⁾ の測定であり、これは分光学的測定としては最初であった。この最初の測定は BCS 理論の出現のすこし前であったが、すぐに (2-95) とよく一致することがわかることになった。何年もの技術的改良の結果²⁾、今では単純な BCS の曲線からの小さなずれを論じられるほどにもなった。鉛の薄膜で観測されたずれは、トンネルの実験に現われたフォノンの構造と同じように、強結合の効果として解釈できる。

場合 II のコヒーレンス因子を使うとすると、2-9 図に示すように α_s/α_n は $\hbar\omega=2\Delta$ で不連続的に 1 より大きい値に立ち上がり、続いて減少することになることは注目に値する。この場合、ギャップが現われたとき曲線の下全面積が保存することを示せるが、一方場合 II ではこの面積は消えてしまうように見える。しかし、次の形で書かれる振動子強度の総和則³⁾

$$\int_0^\infty \sigma_1(\omega) d\omega = -\frac{\pi n e^2}{2m}$$

があるために、 $\sigma_1(\omega)$ の曲線の下にある面積は超伝導状態と常伝導状態で等しい値をとることが要求される。Tinkham と Ferrell⁴⁾ は、有限周波数でのこの「失われた面積」 A は $\omega=0$ での δ 関数として現われること、それは物理的には、加速される超伝導電流に運動エネルギーを供給するために、直流電場からエネルギーがうばわれることによる吸収を現わしていることを示すことができた。この議論は、因果律に従うすべての線形な応答関数の実数部と虚数部をつ

1) R. E. Glover and M. Tinkham, *Phys. Rev.* **104**, 844 (1956).

2) D. M. Ginsberg and M. Tinkham, *Phys. Rev.* **118**, 990 (1960); L. H. Palmer and M. Tinkham, *Phys. Rev.* **165**, 588 (1968).

3) たとえば R. Kubo, *J. Phys. Soc. Japan* **12**, 570 (1957) を見よ。

4) M. Tinkham and R. A. Ferrell, *Phys. Rev. Letters* **2**, 331 (1959).

なく Kramers-Kronig¹⁾ の関係に基づいている。その関係は、複素伝導度を $\sigma_1 - i\sigma_2$ とし、時間依存性を $e^{+i\omega t}$ とすると、

$$\sigma_1(\omega) = \frac{2}{\pi} \int_0^\infty \frac{\omega' \sigma_2(\omega') d\omega'}{\omega'^2 - \omega^2} + \text{定数} \quad (2-96 a)$$

$$\sigma_2(\omega) = -\frac{2\omega}{\pi} \int_0^\infty \frac{\sigma_1(\omega') d\omega'}{\omega'^2 - \omega^2} \quad (2-96 b)$$

である。(2-96 b) から $\sigma_1 = A\delta(\omega)$ であると $\sigma_2 = 2A/\pi\omega$ であることがわかる。比較のために見ると、(1-3) の London 方程式は $\sigma_2 = 1/\Lambda\omega = n_s e^2/m\omega = c^2/4\pi\lambda^2\omega$ と等価である。そこで、侵入の深さは、失われた面積と $\lambda^{-2} = 8A/c^2$ という関係にあることがわかり、したがって、原理的には超伝導の直流での性質は高周波での吸収スペクトルから計算できる。粗っぽくいうと、ギャップの存在が超伝導の本質であるが、さらに注意深くいうと、重要なのはこの失われた面積なのである。上で見た場合 I のコヒーレンス因子の例からわかるように、失われた面積は必ずしもギャップがあるから生じるのではなく、必要なのは場合 II のコヒーレンス因子である。このように、スペクトルのギャップよりも、コヒーレンス因子こそが超伝導より本質的な性質なのである。このことの重要性は、半導体にはギャップがあるが（失われた面積がないため）超伝導ではないことを思い出すとよく理解できる。一方、磁性不純物のために超伝導体中のギャップがなくなっても、 $\sigma_1(\omega)$ 曲線の下に失われた面積がある限り超伝導の性質は保たれることも示されている。

2-10 電気力学

ここまでの、電磁波の吸収についての簡単な取扱いは、常伝導電子の場合と同じような散逸過程だけに話を限っていたので、超伝導電流の劇的な性質については何も説明しなかった。超伝導体の、任意の電磁場に対する応答を完全に扱うのは複雑になるだけであるので、ここではその代りに静磁場に対する応答の取扱だけで満足することにしよう。この応答は散逸を伴わないはずであるから、上で扱った応答とちょうど相補的である。Meissner 効果と、それに

1) 総和則と Kramers-Kronig の方法の、超伝導体の電気力学への応用についてのさらに詳しい議論は、“Low Temperature Physics,” ed. C. de Witt, B. Dreyfus and P. G. de Gennes, Gordon and Breach, New York, 1962 中の著者による超伝導の章を見よ。